

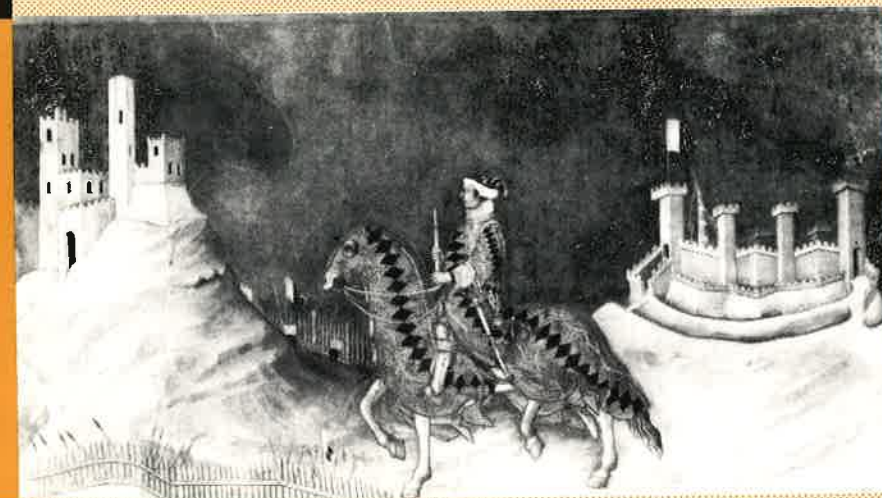
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SIENA



QUADERNI DEL DIPARTIMENTO
DI ECONOMIA POLITICA

Mauro Caminati

CICLI ENDOGENI IN DISEQUILIBRIO E CONGETTURE



**QUADERNI DEL DIPARTIMENTO
DI ECONOMIA POLITICA**

COMITATO SCIENTIFICO

MARCELLO DE CECCO
MASSIMO DI MATTEO
RICHARD GOODWIN
SANDRO GRONCHI
MICHIO MORISHIMA
MARIO NUTI
LIONELLO PUNZO
SILVANO VICARELLI

Redazione: Dipartimento di Economia Politica, Piazza S. Francesco, 17
- 53100 Siena - tel.0577/298620

La Redazione ottempera agli obblighi previsti dall'Art.1 del D.L.L.
31.8.45 n.660

Le richieste di copie della presente pubblicazione dovranno essere
indirizzate alla Redazione

I Quaderni del Dipartimento di Economia Politica dell'Università di
Siena vengono pubblicati come servizio atto a favorire la tempestiva
divulgazione di ricerche scientifiche originali, siano esse in forma
provvisoria o definitiva. I Quaderni vengono regolarmente inviati a tutti
gli istituti e dipartimenti italiani, a carattere economico, nonché a
numerosi docenti e ricercatori universitari. Vengono altresì inviati ad
enti e personalità italiane ed estere. L'accesso ai Quaderni è approvato
dal Comitato scientifico, sentito il parere di un referee.

(Dal 1979 a tutto il 1987 la denominazione della presente Collana è
stata: "Quaderni dell'Istituto di Economia". La numerazione progressiva
rimane tuttavia la stessa).

Mauro Caminati

CICLI ENDOGENI IN DISEQUILIBRIO
E CONGETTURE



Siena, ottobre 1990

1. Introduzione.

Fra i modelli del ciclo economico di matrice keynesiana, in cui i movimenti delle quantità vengono ricondotti a situazioni di disequilibrio sul mercato delle merci e/o fra stocks desiderati e stocks effettivi, possiamo distinguere due classi fondamentali proposte dalla letteratura.

In una prima classe l'equilibrio stazionario (o semi-stazionario) del sistema è determinato e stabile, così che i cicli vengono generati dalle reazioni di aggiustamento a disturbi di natura esogena. In questo ambito le possibili non linearità delle funzioni di comportamento non svolgono uno ruolo essenziale, sicchè esse, quand'anche presenti, vengono eliminate mediante opportune approssimazioni lineari.

Nella seconda classe l'equilibrio stazionario (o semi-stazionario) è determinato e instabile, ma i movimenti divergenti associati a tale instabilità vengono alla fine circoscritti dalla elevata non linearità delle funzioni di comportamento, in particolare della funzione di investimento. Questi modelli guardano alle fluttuazioni cicliche come a movimenti di natura endogena, la cui spiegazione rimanda evidentemente ad una giustificazione della instabilità dell'equilibrio, come della non linearità delle funzioni comportamentali.

Ai fini del presente lavoro, è necessario istituire una ulteriore partizione, distinguendo, nella seconda classe di modelli, quelli che generano dinamiche irregolari da quelli la cui dinamica endogena converge a cicli di ampiezza e periodo costanti (cicli limite). Con il termine "dinamiche irregolari" ci si riferisce qui genericamente a dinamiche caratterizzate (per ogni insieme chiuso e limitato di condizioni iniziali) da traiettorie limitate, aperiodiche e che manifestano elevata sensibilità rispetto alle condizioni iniziali; con riferimento a quest'ultima

proprietà tali dinamiche sono spesso definite *caotiche*¹. Se si tiene conto che nei sistemi economici reali le grandezze non possono essere misurate con assoluta precisione, si intuisce come il comportamento di un sistema deterministico di tipo caotico sia assimilabile a quello di un sistema stocastico.

Le caratteristiche evidenziate pongono al riparo i modelli del ciclo economico che generano dinamiche irregolari da una delle critiche che vengono invece rivolte ai modelli del ciclo economico ove le traiettorie convergono a *cicli limite*. Viene infatti rimarcato come i movimenti regolari e periodici delineati da questi ultimi modelli contrastino con il carattere ricorrente ma non periodico delle fluttuazioni osservabili.

Questa critica non è però del tutto convincente in quanto tali modelli deterministici e non lineari possono essere interpretati come il nucleo di più complessi modelli non lineari stocastici². In tal caso la componente stocastica, pur dando ragione della non periodicità delle fluttuazioni, non esaurirebbe la spiegazione dell'insorgere di queste ultime.

Al di là della critica ricordata, prevale nella letteratura l'opinione secondo cui i modelli endogeni del ciclo di matrice keynesiana sono basati su ipotesi comportamentali che violano i necessari requisiti di razionalità, o anche solo di ragionevolezza.

In primo luogo (recependo, sia pure in forma attenuata, una delle critiche mosse da Lucas verso i modelli keynesiani) viene segnalata l'incoerenza delle previsioni, che (talora solo implicitamente) sottostanno alle regole di aggiustamento, rispetto al comportamento delle variabili endogene. Al contrario, una data ipotesi comportamentale,

¹ Cf. J. A. Scheinkman, "Nonlinearities in Economic Dynamics" *The Economic Journal*, 100, 1990, pp. 33-48.

² Cf. L. R. Klein, R. S. Preston, "Stochastic Nonlinear Models", *Econometrica*, vol. 37, 1969, pp. 95-106; R. F. Kosobud, W. D. O'Neil, "Stochastic Implications of Orbital Asymptotic Stability of a Nonlinear Trade Cycle Model", *Econometrica*, vol. 40, 1972, pp. 69-86.

per non risultare arbitraria, deve essere deducibile da un problema di ottimizzazione intertemporale in cui l'andamento previsto delle variabili sia conforme a quello generato dall'ipotesi stessa.

Almeno nel caso delle formulazioni che diedero vita alla classe di modelli sopra ricordata, questa critica sembra cogliere nel segno. La plausibilità delle regole comportamentali ipotizzate viene giustificata, entro tali modelli, attribuendo agli agenti aspettative statiche o estrapolative; tuttavia, la dinamica generata da tali ipotesi comportamentali viene a trovarsi in persistente conflitto con le aspettative in questione³. Il termine persistente si riferisce qui al fatto che tale conflitto permane anche qualora si guardi al comportamento asintotico delle variabili. Il problema segnalato risulta tanto più grave in quanto le aspettative, statiche o estrapolative, sembrano assolvere una funzione importante entro i modelli considerati. Esse contribuiscono a spiegare quella elevata sensibilità delle decisioni di investimento alle variazioni dei risultati correnti responsabile della instabilità dell'equilibrio. Una semplice, e in tali condizioni inevitabile, revisione nella formazione delle aspettative sembra sufficiente ad alterare in modo significativo il comportamento dinamico dal punto di vista qualitativo oltre che quantitativo.

³ Hicks e Kaldor sono assai espliciti sul carattere statico delle aspettative ipotizzate.

Nel modello di Hicks (J. R. Hicks, *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*, Oxford, Clarendon Press, 1950) l'analisi del meccanismo accelerativo prende le mosse dalla esplicita supposizione "that there is an increase in output (we need not inquire for what reason), and that the increase is expected to be permanent - the new level is to be maintained indefinitely. (*ibidem*, p. 39). L'analisi svolta sotto l'assunzione di aspettative statiche concernenti il prodotto effettivo in ciascun istante di tempo viene successivamente estesa da Hicks al caso in cui tali aspettative si riferiscono al prodotto normale lungo l'intervallo temporale rilevante (*ibidem*, p. 43). Vengono con ciò escluse dalla considerazione degli imprenditori le fluttuazioni occasionali e temporanee del prodotto, come esemplificato dal caso di un buon raccolto (*ibidem*, p. 43, n.1). Kaldor giustifica la funzione dell'investimento proposta nel suo modello del ciclo economico (N. Kaldor, "A Model of the Trade Cycle", *The Economic Journal*, vol. L, 1940, pp. 78-92) assumendo che "le aspettative di profitto possono venire considerate come determinate in gran parte dal saggio corrente dei profitti sul capitale" (N. Kaldor, "The Relation of Economic Growth and Cyclical Fluctuations", *The Economic Journal*, vol. LXIV, 1954, pp. 53-71; traduzione italiana in N. Kaldor, *Saggi sulla stabilità economica e lo sviluppo*, Torino, Einaudi, 1965, pp. 229-251; passo citato p. 231).

Una ulteriore obiezione rivolta ai modelli endogeni del ciclo di matrice keynesiana mette in discussione la razionalità del comportamento ivi ipotizzato sotto un altro punto di vista: poiché le traiettorie di tali modelli sono caratterizzate da situazioni di disequilibrio (anche se si considera il loro andamento asintotico), occorre spiegare come mai gli agenti, una volta compreso come le regole comportamentali prevalenti generino risultati largamente inefficienti, non provvedano a modificarle. La risposta all'interrogativo posto è evidentemente da ricercare nelle circostanze che impediscono l'emergere di un comportamento cooperativo. Ad esempio, in circostanze in cui l'insorgere di cicli persistenti è legato alla instabilità dello stato semi-stazionario, sarebbe desiderabile una revisione delle reazioni di aggiustamento che assicurasse una rapida convergenza a tale stato. Si tratta allora di mostrare che, *ceteris paribus*, una iniziativa in tal senso da parte di un imprenditore isolato gli procurerebbe una perdita. Più in generale, si può osservare come, in situazioni caratterizzate da incertezza di tipo comportamentale, la conoscenza acquisita mediante la revisione adattiva delle congetture abbia carattere esclusivamente locale. Il prevalere di posizioni non desiderate non è pertanto incompatibile con la persistenza delle regole decisionali, se le aspettative che sorreggono queste ultime sono confermate⁴. In assenza di accordi cooperativi, la revisione delle regole decisionali rischia infatti di allontanare ulteriormente i risultati effettivi da quelli desiderati⁵.

⁴ Avremo modo di distinguere, in seguito, fra congetture esattamente confermate e congetture confermate solo in termini qualitativi.

⁵ Spunti in questa direzione sono offerti dal lavoro di G. Rampa, "Modelli individuali ed esiti complessivi. Premesse ad uno studio delle fluttuazioni economiche", Università degli Studi di Pavia, tesi di Dottorato, aprile 1987.

Nel presente lavoro si mostra che una versione generalizzata del modello ciclico di Kaldor, in presenza di disturbi stocastici, sfugge a tutte le critiche discusse in precedenza. Si assumono come date: a) l'informazione esogena di pubblico dominio; b) una congettura comune sulle funzioni comportamentali prevalenti in tema di risparmio ed accumulazione. a) e b) individuano una congettura secondo la quale la componente deterministica del processo aggregato di aggiustamento genera traiettorie che convergono ad una oscillazione regolare attorno allo stato semi-stazionario. Si dimostra che, sulla base di tali presupposti, si perviene alla scelta di funzioni effettive di comportamento qualitativamente conformi a quelle congetturate.

L'instaurarsi di cicli endogeni persistenti viene spiegato in tale ambito da una congettura comune inerente al processo di aggiustamento prevalente a livello aggregato; date le condizioni correnti, tale congettura genera decisioni che la confermano, anche se solo in termini qualitativi.

La presente indagine non discute le difficoltà legate alla natura fortemente aggregata dei modelli considerati⁶. Tali difficoltà sono molteplici; ci limitiamo a segnalarne una attinente al carattere dinamico dell'analisi. Mentre le dinamiche deterministiche regolari sono del tutto generiche finché la dimensione dei sistemi dinamici nel continuo non è superiore a 2, esse possono perdere tale genericità per sistemi di dimensione superiore⁷. Nondimeno, alcune delle considerazioni suggerite dal presente lavoro sembrano rivestire carattere alquanto generale.

⁶ Per una disaggregazione a livello settoriale, cf. A. Medio, "Synergetics and Dynamic Economic Models", in R. M. Goodwin, M. Kruger, A. Vercelli, *Nonlinear Models of Fluctuating Growth*, Berlin, Springer, 1984.

⁷ In altri termini, per un sottoinsieme di misura non nulla, nell'insieme dei parametri del sistema, la dinamica può risultare "irregolare".

2. Congetture ragionevoli.

2.1.

Gli agenti del sistema economico considerato sono di tre tipi: famiglie, imprese ed una autorità centrale. L'informazione degli agenti al momento di prendere le decisioni può essere ripartita in informazione comune e privata.

La prima comprende i prezzi monetari delle merci e del lavoro, che si assumono costanti, l'insieme di tecniche disponibili, la storia delle realizzazioni (a partire da una ipotetica data iniziale $t=0$) concernenti lo stock di capitale fisso aggregato K ed il flusso di produzione aggregata X (ivi compresi i rispettivi valori correnti), le relazioni che governano la spesa autonoma aggregata A , regolata dall'autorità centrale in base ad un saggio di crescita esponenziale π .

Per semplicità, si assume che i processi produttivi in essere utilizzino esclusivamente lavoro e capitale fisso di efficienza costante e durata infinita; in quel che segue, i termini produzione e domanda possono quindi essere riferiti, senza ambiguità, a produzione finale e domanda finale. Al fine di evitare qualsiasi problema di aggregazione intersettoriale, si assume l'esistenza di un solo bene, che può essere consumato, oppure impiegato quale mezzo di produzione.

La conoscenza comune comprende anche uno schema di razionamento e allocazione in base al quale: l'investimento aggregato ex ante determina il risparmio aggregato ex post; le variazioni della domanda Y^j che si rivolge all'impresa j ($j=1, \dots, J$) hanno il segno di quelle della domanda aggregata; le variazioni del reddito da lavoro distribuito alla famiglia n ($n=1 \dots N$) hanno il segno del reddito da lavoro complessivo. Eccessi e deficit di produzione rispetto alla domanda si traducono in accumulo e decumulo indesiderato di scorte, senza la possibilità di mettere in coda i clienti in attesa della produzione

futura. In tali condizioni prevedere l'andamento della domanda (del reddito da lavoro) a livello aggregato, equivale a prevedere l'andamento (crescente, costante, decrescente) della domanda rivolta (del reddito da lavoro distribuito) alla singola impresa (famiglia).

Sia C_t la domanda privata per beni di consumo al tempo t e sia inoltre $S_t \equiv X_t - A_t - C_t$ il risparmio ex ante; risulta allora: $Y_t = (X_t - S_t + I_t)$, dove I indica l'investimento aggregato.

Le posizioni realizzate sono ottimali (ex post) allorché esse consentono di evitare accumuli o decumuli indesiderati di scorte (domanda = offerta) e di produrre rispettando il rapporto desiderato fra stock di capitale K e produzione X . Le imprese aggiustano i livelli di produzione in base alla seguente regola comune e comunemente nota: $dX^j_t/dt = \pi X^j_t + \beta(Y^j_t - X^j_t) + \delta v^j_t$.

L'esito delle decisioni individuali inerenti alla sfera produttiva non è puramente deterministico, ma è soggetto all'influenza di un disturbo casuale v^j_t , le cui proprietà sono comunemente note. La distribuzione di v^j_t ($j=1, \dots, J$) è stazionaria ed indipendente nel tempo, ha media nulla e varianza finita; v^j_t è indipendente da v^i_t per i diverso da j ; δ individua un parametro reale non negativo.

In base alle assunzioni fatte anche la regola di aggiustamento della produzione aggregata è comunemente nota: $dX_t/dt = \pi X_t + \beta(Y_t - X_t) + \delta u_t$, dove $u_t = \sum_j v^j_t$.

In ciascun istante $t \geq 0$ ogni famiglia decide il proprio flusso di consumo ed ogni impresa decide come variare il proprio stock di capitale. Tali decisioni vengono prese senza conoscere il livello della domanda corrente, dato che le decisioni individuali inerenti al consumo ed alla formazione del capitale fisso sono esclusivamente parte dell'informazione privata. Poiché, tuttavia, si assume che i processi di previsione e decisione abbiano velocità infinita, le decisioni di consumo e investimento si

manifestano istantaneamente in un livello di domanda aggregata che risulta osservabile. Al fine di prendere le proprie decisioni, ogni agente formula una congettura sulle funzioni comportamentali prevalenti a livello aggregato e concernenti la variazione dei flussi di produzione e degli stocks. Data l'informazione disponibile ciò equivale a formulare una congettura sul processo di aggiustamento prevalente a livello macroeconomico e quindi sull'andamento futuro della produzione aggregata. La decisione degli agenti è razionale, data la congettura. Tale procedura, ripetuta per tutte le possibili condizioni iniziali, definisce le funzioni aggregate di risparmio e investimento in vigore alla data iniziale, sotto appropriate condizioni concernenti le possibilità di aggregazione. Le funzioni così definite, considerate *nozionalmente* invarianti nel tempo, generano un processo aggregato di aggiustamento che indichiamo con il simbolo P . Solo se le funzioni comportamentali risultano identiche a quelle congetturate, l'invarianza di P non è solo nozionale. Si osservi tuttavia che la permanenza dei caratteri qualitativi della dinamica del sistema non richiede necessariamente l'invarianza di P , ma solo quella dei caratteri qualitativi delle funzioni comportamentali. In quel che segue si assume che se i caratteri in questione risultano conformi a quelli delle funzioni congetturate, allora questi ultimi, e quindi anche i primi, sono invarianti nel tempo.

Il presente tentativo di analizzare la relazione fra congetture individuali e funzioni comportamentali si scontra subito nella ben nota difficoltà secondo la quale l'assunzione di razionalità (sia pure nel senso debole di ragionevolezza) nella formazione delle congetture genera nel presente contesto una regressione all'infinito: congetture ragionevoli circa l'esito macroeconomico delle decisioni individuali tengono conto che tali decisioni dipendono a loro volta dalle congetture individuali (ragionevoli) inerenti allo stesso fenomeno, e così via...

Entro tale quadro analitico, la descrizione dello stato del sistema che definisce la relazione fra congetture e realizzazioni, comporta difficoltà consistenti⁶. Queste possono tuttavia essere aggirate, date le finalità del presente lavoro. Per i nostri scopi sarà infatti sufficiente esaminare la relazione fra comportamento congetturato ed effettivo che si instaura allorché il primo è considerato come variabile indipendente, il secondo come variabile dipendente. In tale contesto le date congetture vengono considerate ragionevoli purché risultino non contraddittorie con l'informazione certa a disposizione. Esse vengono specificate al paragrafo seguente.

2.2.

Siano $I^*(X, K)$ e $C^*(X, K)$ le funzioni congetturate di investimento e consumo (aggregato); la corrispondente funzione di risparmio aggregato è $S^*(X, K, A_t) \equiv X - A_t - C^*(X, K)$; come abbiamo visto, A_t è una data funzione del tempo, comunemente nota. $I^*(\cdot)$ e $S^*(\cdot)$ appartengono, rispettivamente, alle famiglie di funzioni $I^*(X, K)$ e $S^*(X, K, A_t)$. Data l'informazione comune, una congettura (S^*, I^*) genera una congettura P^* inerente al processo aggregato di aggiustamento, e quindi alla evoluzione futura del sistema economico:

$$\frac{dX^*}{dt} = \pi X^* + \beta [I^*(X^*, K^*) - S^*(X^*, K^*, A_t)] + \delta u_t \quad (3)$$

$$\frac{dK^*}{dt} = I^*(X^*, K^*)$$

L'apice * sottolinea il carattere congetturale delle variabili; poiché la condizione iniziale è nota, risulta:

$$X^*_0 = X_0, K^*_0 = K_0$$

Si assume che, per qualunque $t \geq 0$, esiste (X^{**}_t, K^{**}_t) tale che: $S(X^{**}_t, K^{**}_t, A_t) = I(X^{**}_t, K^{**}_t) = \pi K^{**}_t$. (X^{**}_t, K^{**}_t) individua il sentiero semi-stazionario congetturato

⁶ Per alcune osservazioni su questo punto si veda I. J. Sargent, "Equilibrium with Signal Extraction from Endogenous Variables", giugno 1989, mimeo.

corrispondente alla parte deterministica del sistema (3) (vale a dire, per $\delta=0$). Ciò consente di ridefinire le funzioni comportamentali in modo che le variabili siano espresse in termini di deviazioni rispetto ai rispettivi valori semi-stazionari:

Sia $x^e_t \equiv X^e_t - X^{e*}_t$; $k^e_t \equiv K^e_t - K^{e*}_t$. Si definisce allora:

$i^e(x^e_t, k^e_t) \equiv I^e(X^e_t, K^e_t) - \pi K^{e*}_t$;

$s^e(x^e_t, k^e_t) \equiv S^e(X^e_t, K^e_t, A_t) - \pi K^{e*}_t$; $t \geq 0$.

Nelle nuove variabili il sistema (3) diventa:

$$\frac{dx^e_t}{dt} = \pi x^e_t + \beta [i^e(x^e_t, k^e_t) - s^e(x^e_t, k^e_t)] + \delta u_t. \quad (4)$$

$$\frac{dk^e_t}{dt} = i^e(x^e_t, k^e_t)$$

Si assume che le funzioni $s^e()$, $i^e()$ soddisfino le seguenti restrizioni (si omette per brevità l'indice temporale t ; data la generica funzione di variabile vettoriale $f(x, y)$, i simboli f_x , f_y denotano le derivate prime parziali di $f()$ rispetto ad x ed y , rispettivamente):

2.a $s^e()$ ed $i^e()$ sono funzioni continuamente derivabili dei rispettivi argomenti.

2.b $s^e_x > 0$; esiste una regione H del piano, limitata e connessa tale che: $(x^e, k^e) \in H \rightarrow i^e_x(x^e, k^e) > 0$; $(0, 0) \in H$. $s^e_k < 0$; $i^e_k < 0$; $|i^e_k| > |s^e_k|$.

2.c Esiste un sottoinsieme H' di H , contenente $(0, 0)$, e tale che $i^e_x(x^e, k^e) > s^e_x(x^e, k^e)$ se, e solo se $(x^e, k^e) \in H'$; $i^e_x/s^e_x < i^e_k/s^e_k$ ovunque.

2.d Per ogni k esiste x_n sufficientemente piccolo tale che $x < x_n$ implica: $i^e(x^e, k^e) > s^e(x^e, k^e)$. Per ogni k esiste un x_w sufficientemente grande tale che $x > x_w$ implica: $i^e(x^e, k^e) < s^e(x^e, k^e)$.

Le funzioni $s^e()$, $i^e()$ risultano conformi, rispettivamente, alla funzione di risparmio e di investimento suggerite dal

modello ciclico di Kaldor⁹, nel senso che le seconde soddisfanno le restrizioni indicate ai punti 2.a, ... 2.d; la $i^e()$ risulta in effetti alquanto più generale della corrispondente funzione kaldoriana, dato che non è necessariamente ovunque crescente in x .

La motivazione che suggerisce tale generalizzazione è la seguente. Se alle aspettative statiche si sostituisce la previsione di oscillazioni¹⁰ delle variabili (trasformate) attorno all'equilibrio stazionario, vale a dire previsioni conformi alla dinamica del modello, il vincolo di irreversibilità non garantisce che la funzione di investimento $i(x, k)$ adottata da imprenditori ragionevoli risulti crescente in x , per valori sufficientemente elevati della stessa variabile.

2.3.

Sia (4') il sistema dinamico corrispondente alla parte deterministica del sistema (4); in altri termini, $(4') \equiv (4)|_{\delta=0}$. $(0, 0)$ è un punto di equilibrio di (4'). Il luogo dei punti $(x^e, k^e) \in \mathbb{R}^2$ tali che $i^e() = s^e()$ ed il luogo dei punti $(x^e, k^e) \in \mathbb{R}^2$ tali che $i^e(x^e, k^e) = 0$ individuano due curve; siano esse, rispettivamente, $(x^e, k^a(x^e))$ e $(x^e, k^b(x^e))$. $dk^1/dx^e = i^e_x/s^e_x$ individua l'inclinazione delle curve in questione; si verifica facilmente che:

$$dk^a/dx^e = (s^e_x - i^e_x)/(i^e_k - s^e_k); \quad dk^b/dx^e = -(i^e_x/i^e_k).$$

Le restrizioni 2.b implicano: $\text{segno}(dk^b/dx) = \text{segno} i^e_x$; $\text{segno}(dk^a/dx) = \text{segno}(i^e_x - s^e_x)$; la 2.c implica che le due

⁹ La struttura formale del modello di Kaldor è stata esaminata a fondo dalla letteratura; si veda in proposito: S. Ichimura, "Toward a General Nonlinear Macrodynamics Theory of Economic Fluctuations", in K. K. Kurihara (ed.), *Post-Keynesian Economics*, London, Allen & Unwin, 1954; M. W. Chang and D. J. Smyth, "The Existence of Cycles in a Non-linear Model: Kaldor's 1940 Model Reexamined", *Review of Economic Studies*, vol. 38, 1971, pp. 37-44; H. R. Varian, "Catastrophe Theory and the Business Cycle", *Economic Inquiry*, 1979, pp. 14-28; F. Cugno and L. Montrucchio, "Stability and Instability in a Two Dimensional Dynamical System: A Mathematical Approach to Kaldor's Theory of the Trade Cycle", in G.P. Szego (ed.), *New Quantitative Techniques for Economic Analysis*, New York, Academic Press, 1982.

¹⁰ Tali oscillazioni risultano regolari oppure irregolari, a seconda che il parametro δ sia nullo oppure positivo.

curve $(x, k^a(x))$ e $(x, k^b(x))$ hanno, al massimo, un solo punto di intersezione, vale a dire $(0,0)$.

A dispetto della non monotonicità della funzione $i^*(\cdot)$, si dimostra facilmente che la dinamica qualitativa di (4') non mostra modificazioni di rilievo rispetto alla dinamica qualitativa del modello Kaldoriano. Se l'equilibrio stazionario è instabile, vale a dire se β è sufficientemente elevato¹¹, le traiettorie di (4'), a partire da una generica condizione iniziale, convergono ad un ciclo limite.

2.4.

Consideriamo ora le implicazioni del disturbo stocastico δu_t , per $\delta > 0$. In estrema sintesi, si evidenziano i seguenti fenomeni:

A partire da una condizione iniziale (x_0, k_0) , del tutto deterministica, si viene a generare un processo stocastico che presenta, a ciascuna data $t > 0$, valore atteso $E(x^*_t, k^*_t)$ e varianza entrambe limitate. Tale proprietà è da mettersi in relazione alla stabilità asintotica dei cicli limite di (4'). Quest'ultima ha implicazioni anche più forti. Si dimostra¹² che esiste una regione limitata W del piano, che contiene i cicli limite del sistema (4') e tale che, per qualunque condizione iniziale (x_0, k_0) , la traiettoria (x^*_t, k^*_t) viene infine a trovarsi in W con probabilità 1.

Ciò non significa che una traiettoria che inizi in W debba rimanervi per tutto il tempo; se dovesse tuttavia fuoriuscire da W , vi farà ritorno con probabilità 1. Qualsiasi traiettoria (x^*_t, k^*_t) risulta quindi limitata.

Risulta peraltro ovvio che una traiettoria $E(x^*_t, k^*_t)$, tale che $(x_0, k_0) \in W$, sia contenuta in W per tutto il tempo¹³; ove

¹¹ La condizione di instabilità dell'equilibrio è $\partial(i_x - s_x)/\partial k > 0$.

¹² Cf. R. F. Kosobud, W. D. O'Neil, *op.cit.*.

¹³ Nelle simulazioni effettuate da Klein e Preston, le oscillazioni della produzione attesa hanno ampiezza via via minore nel tempo, a partire dalla data iniziale. Cf. L.R. Klein, R.S. Preston, *op.cit.*.

invece (x_0, k_0) non appartenga a W , $E(x^*_t, k^*_t)$ vi converge in tempo finito. La varianza del processo stocastico (x_t, k_t) tende ad aumentare sensibilmente, pur con andamento oscillatorio, per un certo intervallo a partire dall'istante iniziale. E' del tutto plausibile che in tali condizioni gli agenti tendano a cautelarsi dal fatto che le proprie decisioni divengono sempre più rischiose, man mano che le conseguenze di tali decisioni investono un futuro più lontano.

Osserviamo infine che qualora la condizione iniziale coincidesse con l'equilibrio $(0,0)$ del sistema (4'), la traiettoria (x^*_t, k^*_t) se ne allontanerebbe con probabilità 1, essendo l'equilibrio instabile.

Viene ora introdotta la seguente cruciale assunzione:

Assunzione 2.4:

Se $(x^*_0, k^*_0) \in W$, allora le oscillazioni di $E(x^*_t, k^*_t)$ non comportano oscillazioni nei livelli di $E(x^*_t)$, che risultano strettamente crescenti, ma solo oscillazioni relativamente al trend X^*_t , $t \geq 0$.

Il risultato già ricordato, in base al quale le traiettorie descritte da generiche realizzazioni (funzioni campionarie) del processo stocastico (X^*_t, K^*_t) possono fuoriuscire dalla regione W (sia pure per farvi ritorno), mostra che congetture degli agenti tali da soddisfare l'assunzione 2.4, sono compatibili con l'osservazione, da parte degli stessi agenti, di oscillazioni relativamente ampie delle grandezze macroeconomiche.

3. Decisioni sotto condizioni iniziali alternative: le funzioni di comportamento.

Sulla base delle premesse poste viene ora esaminata la relazione fra congetture e decisioni, e quindi fra processo P^* e processo P . A tal fine assumiamo che gli agenti considerino le proprie congetture correnti certe, anche se

queste vengono poi rivedute sulla base dell'evidenza disponibile.

3.1.

Supponiamo di osservare il sistema economico al tempo 0. Per una data congettura (s^*, i^*) , il sentiero della produzione aggregata attesa $E(X^*(t))$, $t \in [0, +\infty]$, è funzione delle condizioni iniziali (x_0, k_0) . Allo scopo di eliminare qualsiasi problema di aggregazione si assumono condizioni sotto le quali congetture uguali generano funzioni comportamentali qualitativamente conformi. Queste emanano da decisioni che per semplicità vengono espresse direttamente nella loro forma aggregata. I sentieri stocastici X^*_t , K^*_t , $t \in [0, +\infty]$, inducono un piano intertemporale di consumo C_t , $t \in [0, +\infty]$, che si ottiene come soluzione di:

$$(5) \text{ Max } E \int_0^\infty \phi^t U(C_t) dt \text{ sotto il vincolo:}$$

$$C_t \leq K_0 \exp(Q^*_t) + \int_0^t (F_z - C_z) \exp(Q^*_z) dz + \int_t^\infty F_z \exp(-Q^*_{z-t}) dz;$$

dove $Q^*_z = \int_0^z q^*_l dl$, $F_z = F(X^*_z, K^*_z)$, $0 < \phi < 1$; $U' > 0, U'' < 0$.

$F(X, K)$ esprime il reddito della manodopera necessaria a produrre il flusso X con il capitale fisso K . q^*_s definisce la congettura inerente al saggio di rendimento netto della ricchezza finanziaria al tempo s , quale risulta da un saggio di interesse costante sui titoli di stato r e da un tasso di rendimento variabile delle altre attività finanziarie. q^*_s contiene quindi implicitamente una congettura sulla allocazione della ricchezza finanziaria al tempo s .

Le variazioni degli stocks emanano da un piano intertemporale di accumulazione I_t , $t \in [0, +\infty]$, volto a minimizzare i costi attesi, sull'insieme dei possibili piani di accumulazione che consentono di realizzare il flusso X^*_t , $t \in [0, +\infty]$:

$$(6) \text{ Min: } \int_0^\infty E[F(X^*_t, K_t) - I_t - Z_t] \exp(-rt) dt, \text{ sotto}$$

$$\text{i vincoli: } I_t \geq 0; K_t = K_0 + \int_0^t I_s ds; Z_t = Z(I_t, X^*_t, K_t).$$

Z_t esprime la differenza, scontata al tempo t , fra il costo effettivo della raccolta di fondi per finanziare l'investimento I_t e quello risultante in base al saggio di interesse sui titoli di stato (r). In presenza di incertezza e di mercato dei capitali imperfetto, si è autorizzati ad assumere che il costo della raccolta sia funzione crescente dell'investimento e decrescente della profittabilità corrente¹⁴, quale risulta dai costi diretti di produzione $F(X^*_t, K_t)$.

I sentieri intertemporali C_t , I_t , $t \in [0, +\infty]$ soluzioni, rispettivamente, della (5) e della (6), determinano evidentemente decisioni di risparmio $S_0 = X_0 - C_0 - A_0$ e investimento I_0 relative alla data iniziale.

L'aspetto cruciale da sottolineare è che, essendo i sentieri stocastici X^*_t , K^*_t , $t \in [0, +\infty]$, funzioni delle condizioni iniziali (X_0, K_0) , si vengono così a definire funzioni effettive di risparmio e investimento negli argomenti X_0 , K_0 . Siano esse, rispettivamente, $S(X_0, K_0)$ ¹⁵, $I(X_0, K_0)$.

Allorché le funzioni $S()$, $I()$ risultino identiche, rispettivamente, alla $S^*(())$ ed alla $I^*(())$, la congettura comune circa l'evoluzione futura del sistema economico viene confermata: il processo di aggiustamento effettivo P coincide con quello congetturato P^* .

L'esatta conferma delle congetture non appare tuttavia condizione strettamente necessaria alla persistenza di fluttuazioni endogene del tipo qui considerato. Una conferma di carattere qualitativo sembra essere sufficiente

¹⁴ Cf. S. J. Nickell, *The Investment Decisions of Firms*, Diswell Place, J. Nisbet and Co. Ltd., Cambridge, Cambridge University Press, 1978, ch. 8.

¹⁵ Ricordiamo che A_0 è un parametro noto della funzione $S(X_0, K_0)$.

allo scopo, in quanto l'insorgenza di cicli endogeni è da mettersi in relazione alle caratteristiche qualitative delle funzioni comportamentali. Appare infatti del tutto plausibile che la revisione adattiva delle congetture lasci immutate le proprietà confermate delle congetture stesse. In quel che segue, si mostra sotto quali condizioni le funzioni congetturate ed effettive risultano qualitativamente conformi; tale conformità è qui definita dalla seguente circostanza: una volta che gli argomenti dei due gruppi di funzioni siano espressi in termini di deviazioni dall'equilibrio del sistema dinamico da esse generato (in generale diverso, per ciascun gruppo), le proprietà (2.a), (2.b), ... (2.d) risultano comuni ai due gruppi in questione.

3.2.

La prima condizione di conformità richiede che le funzioni comportamentali effettive risultino continuamente derivabili. Ciò non pone particolari problemi con riferimento all $S()$, date le abituali restrizioni sulle funzioni di utilità. La condizione risulterebbe proibitiva in assenza di incertezza o rischio allorché riferita all'aggiustamento degli stocks: si consideri infatti che in un ambiente deterministico le funzioni microeconomiche di investimento risultano in generale discontinue. Tale difficoltà viene solitamente aggirata assumendo costi di aggiustamento ovunque strettamente convessi, ossia che aumentano a tasso crescente all'aumentare del tasso di variazione della variabile di aggiustamento. L'assunzione (sebbene ricorrente nella moderna letteratura neoclassica) appare tuttavia arbitraria, particolarmente se ci si riferisce a livelli modesti di investimento¹⁶. È stato tuttavia osservato che, in presenza di incertezza e di mercato dei capitali imperfetto, le decisioni di investimento si comportano come se i costi di aggiustamento

¹⁶ Cf. S. J. Nickell, *The Investment Decisions of Firms*, Disgwell Place, J. Nisbet and Co. Ltd., Cambridge, Cambridge University Press, 1978, ch. 3.

fossero ovunque strettamente convessi¹⁷. La derivabilità continua delle funzioni aggregate $S()$ ed $I()$, può dunque essere accolta come una approssimazione accettabile, qualora l'ambiente economico sia caratterizzato da una qualche forma di incertezza.

Affinché la presente analisi possa estendersi al caso (particolare) in cui le congetture sono esattamente confermate (anche in termini quantitativi), non sarebbe sufficiente allo scopo ammettere (contrariamente a quanto assunto in precedenza) che gli imprenditori tengono conto dell'incertezza comportamentale: infatti, all'aumentare del grado di corroborazione delle congetture questa scomparirebbe progressivamente. Ciò, insieme ad altri fattori che vedremo, ha suggerito la necessità di introdurre una componente aleatoria nel sistema.

3.3.

Prima di procedere nella nostra indagine occorre trasformare le funzioni $S()$ ed $I()$ in modo che gli argomenti siano espressi in termini di deviazioni da una appropriata posizione di equilibrio. Un candidato naturale in tal senso è costituito da una posizione (X^*, K^*) , che si assume esistente, tale che la tecnica in uso sia quella desiderata, date le aspettative, e tale che l'eccesso di domanda sia nullo. L'esistenza di un tal (X^*, K^*) è condizione assai più debole della conformità dei due gruppi di funzioni; in effetti la seconda condizione implica la prima, sotto condizioni alquanto generali.

Sia: $x_0 \equiv X_0 - X^*$; $k_0 \equiv K_0 - K^*$. Si osservi che $x_0 = x^*_0$, $k_0 = k^*_0$ se, e solo se, $X^*_0 = X^*$, $K^*_0 = K^*$. Si definiscono ora le funzioni:

$$i(x_0, k_0) \equiv I(X_0, K_0) - I(X^*, K^*)$$

$$s(x_0, k_0) \equiv S(X_0, K_0) - S(X^*, K^*)$$

¹⁷ Cf. S. J. Nickell, *The Investment Decisions...*, op. cit., p. 39. In un diverso contesto, è stato dimostrato come una capacità di elaborazione non illimitata porti alla selezione di regole di aggiustamento graduati. Cf. R. Heiner, "The Necessity of Delaying Economic Adjustment", *Journal of Economic Behavior and Organization*, n. 10, 1988, pp. 255-83.

3.4.

Si tratta ora in primo luogo di determinare il segno delle derivate parziali delle funzioni così definite. L'aspetto problematico della questione sembra nascere in particolare dalle oscillazioni che caratterizzano le traiettorie della produzione attesa $E(X_t)$. Ci si propone in primo luogo di provare la seguente proposizione:

Proposizione 3.4.

Data l'assunzione 2.4, e se il parametro di preferenza temporale ϕ è sufficientemente elevato, le funzioni $s(x_0, k_0)$, $i(x_0, k_0)$ sono conformi, rispettivamente, alle funzioni $s(x_0, k_0)$, $i(x_0, k_0)$, relativamente alla proprietà 2.b. (cfr. pag.10).

Si inizi con l'osservare che se $(x_0, k_0) \in W$, in virtù della assunzione 2.4, si ottiene $i_x(x_0, k_0) > 0$. La conclusione segue dal fatto che l'andamento della produzione attesa suggerisce alle imprese che, in media, il vincolo di irreversibilità non diventa mai operativo. In tali condizioni, lo stock di capitale che, al tempo $t=0$, le imprese prevedono risulti ottimale al tempo t (con $t \geq 0$), è una funzione crescente di $E(X_t)$. E' sufficiente allora ricordare che la condizione iniziale (X_0, K_0) non è stocastica, per concludere che $I()$ è crescente in X_0 . (Ovviamente, le scelte (5), (6) si ripropongono ad ogni istante $t \geq 0$, ma la condizione (X_t, K_t) figura comunque fra i dati certi del problema decisionale affrontato al tempo t .) Se invece (x^*, k^*) non appartiene a W , e x^* è sufficientemente elevato, un incremento (nozionale) di x^* implica un allontanamento della condizione iniziale dalla regione W , e induce quindi l'aspettativa di una maggior contrazione, in senso assoluto, della produzione attesa $E(X_t)$ nell'immediato futuro, dato che $E(X_t)$ converge a W .

Il vincolo di irreversibilità, determina quindi una funzione di investimento $i()$ che risulta non crescente in x_0 , per x_0 sufficientemente elevato.

La variabile k_0 influenza l'investimento alla data iniziale, sia in quanto, insieme a x_0 , determina l'evoluzione della produzione attesa, sia, e soprattutto, in quanto segnala la dimensione dello stock esistente rispetto a quello ottimale nelle condizioni date. Quale che sia la posizione di (x_0, k_0) nel piano, il primo meccanismo agisce nella stessa direzione del secondo, dal che risulta: $i_k > 0$.

Si consideri ora la propensione marginale al risparmio delle famiglie quale deriva dalla (5); s_x è ovunque positiva, purché la preferenza delle famiglie per il consumo presente rispetto a quello futuro non sia troppo elevata. Si assume quindi che ϕ assuma valori sufficientemente elevati nell'intervallo $(0,1)$. La preferenza per flussi di consumo relativamente uniformi nel tempo implica inoltre che s_x è positiva e crescente in x_0 , per x_0 sufficientemente elevato.

Si osservi infine che $s_k < 0$; sotto restrizioni concernenti il parametro ϕ analoghe a quelle già indicate si ottiene inoltre: $|s_k| < |i_k|$. Infatti l'incremento di consumo conseguente ad un incremento marginale della ricchezza iniziale è distribuito nel tempo, mentre conviene adattare il più rapidamente possibile la capacità produttiva esistente a quella desiderata, compatibilmente con i costi di finanziamento.

La proposizione 3.4. è dunque provata.

3.5.

Si consideri l'equilibrio (x^*, k^*) della componente deterministica del processo di aggiustamento P (nelle variabili trasformate). Si osservi, incidentalmente, che tale posizione differisce in generale dall'equilibrio $(0,0)$ del sistema congetturato (4'), una volta che entrambe le

posizioni siano espresse nelle variabili non trasformate (X, K) . -

In (x^*, k^*) la tecnica in uso è quella desiderata, date le aspettative. Ciò assicura condizioni di massima profittabilità corrente attesa e suggerisce (sotto plausibili restrizioni concernenti il dato sistema di prezzi) che nella posizione indicata il costo di finanziamento non cresca troppo rapidamente insieme al flusso di investimento. Tali condizioni generano, localmente, una velocità di aggiustamento degli stocks relativamente elevata rispetto a quella che si registra in condizioni iniziali più distanti dall'equilibrio.

Ricordando che $|i_k| > |s_k|$, per β sufficientemente prossimo all'unità, l'argomentazione appena sviluppata conduce banalmente alla seguente proposizione:

Proposizione 3.5.

Se $Z(I, X^*, Y^*, K^*)$ è tale che $i_x(x^*, k^*) - s_x(x^*, k^*)$ è positivo e sufficientemente piccolo e β è sufficientemente elevato, allora $(i_x/i_k) - (s_x/s_k) > 0$ ovunque.

La proposizione 3.5 afferma che le coppie di funzioni $s^*(x^*, k^*)$, $s(x_0, k_0)$; $i^*(x^*, k^*)$, $i(x_0, k_0)$, risultano conformi relativamente alla proprietà 2.c. Che ciò sia vero anche in relazione alla proprietà 2.d, risulta ovvio, alla luce delle seguenti considerazioni: $I \geq 0$, mentre $S < 0$, per X_0 sufficientemente piccolo; per x_0 sufficientemente elevato si ha: $s_x > 0$ e crescente, $i_x \leq 0$.

Conclusioni

Esistono dunque restrizioni economicamente significative che rendono le coppie di funzioni $s^*(x^*, k^*)$, $s(x_0, k_0)$ e $i^*(x^*, k^*)$, $i(x_0, k_0)$ qualitativamente conformi, secondo la definizione adottata nel presente lavoro. In presenza di tali restrizioni, e per un valore sufficientemente elevato del parametro β (che regola la velocità di aggiustamento

della produzione) la componente deterministica del sistema dinamico corrispondente al processo effettivo di aggiustamento genera traiettorie che convergono ad una orbita attorno all'unico stato semi-stazionario.

Elenco dei Quaderni pubblicati

- n.1 (febbraio 1979) MASSIMO DI MATTEO, Alcune considerazioni sui concetti di lavoro produttivo e improduttivo in Marx
- n.2 (marzo 1979) MARIA L. RUIZ, Mercati oligopolistici e scambi internazionali di manufatti. Alcune ipotesi e un'applicazione all'Italia
- n.3 (maggio 1979) DOMENICO MARIO NUTI, Le contraddizioni delle economie socialiste: una interpretazione marxista
- n.4 (giugno 1979) ALESSANDRO VERCELLI, Equilibrio e dinamica del sistema economico-semantica dei linguaggi formalizzati e modello keynesiano
- n.5 (settembre 1979) A. RONCAGLIA - M. TONVERONACHI, Monetaristi e neokeynesiani: due scuole o una?
- n.6 (dicembre 1979) NERI SALVADORI, Mutamento dei metodi di produzione e produzione congiunta
- n.7 (gennaio 1980) GIUSEPPE DELLA TORRE, La struttura del sistema finanziario italiano: considerazioni in margine ad un'indagine sull'evoluzione quantitativa nel dopoguerra (1948-1978).
- n.8 (gennaio 1980) AGOSTINO D'ERCOLE, Ruolo della moneta ed impostazione antiquantitativa in Marx: una nota
- n.9 (novembre 1980) GIULIO CIFARELLI, The natural rate of unemployment with rational expectations hypothesis. Some problems of estimation
- n.10 (dicembre 1980) SILVANO VICARELLI, Note su ammortamenti, rimpiazzati e tasso di crescita
- n.10 bis (aprile 1981) LIONELLO F. PUNZO, Does the standard system exist?
- n.11 (marzo 1982) SANDRO GRONCHI, A meaningful sufficient condition for the uniqueness of the internal rate of return
- n.12 (giugno 1982) FABIO PETRI, Some implications of money creation in a growing economy
- n.13 (settembre 1982) RUGGERO PALADINI, Da Cournot all'oligopolio: aspetti dei processi concorrenziali
- n.14 (ottobre 1982) SANDRO GRONCHI, A Generalized internal rate of return depending on the cost of capital
- n.15 (novembre 1982) FABIO PETRI, The Patinkin controversy revisited
- n.16 (dicembre 1982) MARINELLA TERRASI BALESTRIERI, La dinamica della localizzazione industriale: aspetti teorici e analisi empirica
- n.17 (gennaio 1983) FABIO PETRI, The connection between Say's law and the theory of the rate of interest in Ricardo
- n.18 (gennaio 1983) GIULIO CIFARELLI, Inflation and output in Italy: a rational expectations interpretation
- n.19 (gennaio 1983) MASSIMO DI MATTEO, Monetary conditions in a classical growth cycle
- n.20 (marzo 1983) M. DI MATTEO - M.L. RUIZ, Effetti dell'interdipendenza tra paesi produttori di petrolio e paesi industrializzati: un'analisi macrodinamica
- n.21 (marzo 1983) ANTONIO CRISTOFARO, La base imponibile dell'IRPEF: un'analisi empirica
- n.22 (gennaio 1984) FLAVIO CASPRINI, L'efficienza del mercato dei cambi. Analisi teorica e verifica empirica
- n.23 (febbraio 1984) PIETRO PUCCINELLI, Imprese e mercato nelle economie socialiste: due approcci alternativi
- n.24 (febbraio 1984) BRUNO MICONI, Potere prezzi e distribuzione in economie mercantili caratterizzate da diverse relazioni sociali
- n.25 (aprile 1984) SANDRO GRONCHI, On investment criteria based on the internal rate of return

- n.26 (maggio 1984) SANDRO GRONCHI, On Karmel's criterion for optimal truncation
- n.27 (giugno 1984) SANDRO GRONCHI, On truncation "theorems"
- n.28 (ottobre 1984) LIONELLO F. PUNZO, La matematica di Sraffa
- n.29 (dicembre 1984) ANTONELLA STIRATI, Women's work in economic development process
- n.30 (gennaio 1985) GIULIO CIFARELLI, The natural rate of unemployment and rational expectation hypotheses: some empirical tests
- n.31 (gennaio 1985) SIMONETTA BOTARELLI, Alcuni aspetti della concentrazione dei redditi nel Comune di Siena
- n.32 (febbraio 1985) FOSCO GIOVANNONI, Alcune considerazioni metodologiche sulla riforma di un sistema tributario
- n.33 (febbraio 1985) SIMONETTA BOTARELLI, Ineguaglianza dei redditi personali a livello comunale
- n.34 (marzo 1985) IAN STEEDMAN, Produced inputs and tax incidence theory
- n.35 (aprile 1985) RICHARD GOODWIN, Prelude to a reconstruction of economic theory. A critique of Sraffa
- n.36 (aprile 1985) MICHIO MORISHIMA, Classical, neoclassical and Keynesian in the Leontief world
- n.37 (aprile 1985) SECONDO TARDITI, Analisi delle politiche settoriali: prezzi e redditi nel settore agroalimentare
- n.38 (maggio 1985) PIETRO BOD, Sui punti fissi di applicazioni isotoniche
- n.39 (giugno 1985) STEFANO VANNUCCI, Schemi di gioco simmetrici e stabili e teoremi di possibilità per scelte collettive
- n.40 (luglio 1985) RICHARD GOODWIN, The use of gradient dynamics in linear general disequilibrium theory
- n.41 (agosto 1985) M. MORISHIMA and T. SAWA, Expectations and the life span of the regime.
- n.42 (settembre 1985) ALESSANDRO VERCELLI, Keynes, Schumpeter, Marx and the structural instability of capitalism
- n.43 (ottobre 1985) ALESSANDRO VERCELLI, Money and production in Schumpeter and Keynes: two dichotomies
- n.44 (novembre 1985) MARCO LONZI, Aspetti matematici nella ricerca di condizioni di unicità per il Tasso Interno di Rendimento
- n.45 (dicembre 1985) NIKOLAUS K.A. LAUFER, Theoretical foundations of a new money supply hypothesis for the FRG.
- n.46 (gennaio 1986) ENRICO ZAGHINI, Una dimostrazione alternativa dell'esistenza di equilibri in un modello di accumulazione pura
- n.47 (febbraio 1986) ALESSANDRO VERCELLI, Structural stability and the epistemology of change: a critical appraisal
- n.48 (marzo 1986) JOHN HICKS, Rational behaviour: observation or assumption?
- n.49 (aprile 1986) DOMENICO MARIO NUTI, Merger conditions and the measurement of disequilibrium in labour-managed economies
- n.50 (maggio 1986) SUSAN SENIOR NELLO, Un'applicazione della Public Choice Theory alla questione della riforma della Politica Agricola Comune della CEE
- n.51 (maggio 1986) SERENA SORDI, Some notes on the second version of Kalecki's Business Cycle Theory
- n.52 (giugno 1986) PIERANGELO GAREGNANI, The classical theory of wage and the role of demand schedules in the determination of relative prices
- n.53 (luglio 1986) FRANCO BIRARDI, Crescita, sviluppo ed evoluzione: l'affermazione dei nessi strutturali sistematici e la combinazione di scienza, tecnologia ed economica nelle prime industrializzazioni
- n.54 (agosto 1986) M. AMENDOLA - J.L. GAFFARD, Innovation as creation of technology: a sequential model

- n.55 (settembre 1986) GIULIO CIFARELLI, Exchange rates, market efficiency and "news". Model specification and econometric identification
- n.56 (settembre 1986) ALESSANDRO VERCELLI, Technological flexibility, financial fragility and the recent revival of Schumpeterian entrepreneurship
- n.57 (ottobre 1986) FABIO PETRI, The meaning of the Cambridge controversies on capital theory: an attempt at communication
- n.58 (ottobre 1986) DANIELE CHECCHI, The international coordination of counter-cyclical policies
- n.59 (novembre 1986) ALESSANDRO VERCELLI, Probabilistic causality and economic models: Suppes, Keynes, Granger
- n.60 (dicembre 1986) LIONELLO F. PUNZO, J. Von Neumann and K. Menger's mathematical colloquium
- n.61 (dicembre 1986) MICHAEL BACHARACH, Three scenarios for fulfilled expectations
- n.62 (gennaio 1987) J. ESTEBAN and T. MILLAN, Competitive equilibria and the core of overlapping generations economies
- n.63 (gennaio 1987) ROBERT W. CLOWER, New directions for keynesian economics
- n.64 (febbraio 1987) MARCO P. TUCCI, A simple introduction to flexible functional forms and consumer behaviour theory
- n.65 (marzo 1987) NICOLA DIMITRI, Generalizations of some continuous time epidemic models
- n.66 (aprile 1987) MASSIMO DI MATTEO, Goodwin and the Evolution of a Capitalistic Economy: An Afterthought
- n.67 (maggio 1987) MASSIMO DI MATTEO, Early Discussions on Long Waves
- n.68 (giugno 1987) MASSIMO DI MATTEO, Warranted, Natural, and Actual Rates of Growth: Reflections of a Perplex
- n.69 (settembre 1987) LUISA MONTUSCHI, Inward-Looking development and import substitution in the Argentine Economy 1950-1980
- n.70 (dicembre 1987) GIANCARLO GANDOLFO and PIETRO CARLO PADOAN, The Mark V version of the Italian continuous time model
- n.71 (dicembre 1987) SILVANO VICARELLI, Impatience to consume, the utility of wealth and the rate of interest
- n.72 (gennaio 1988) OMAR CHISARI, Worker's assets, foreign debt and the dynamics of an economy
- n.73 (febbraio 1988) STEFANO VANNUCCI, On exactly strong-Nash-implementable power allocations
- n.74 (marzo 1988) PIER LUIGI LANDI, Aspetti economici della società anonima della strada ferrata Empoli-Siena o Centrale Toscana fino al 1859
- n.75 (aprile 1988) FRANCO BIRARDI, Generating the space of physical characteristics by means of elements which are discrete and limited over time (A note on innovation in chemical technologies)
- n.76 (maggio 1988) LILIA COSTABILE, Politica monetaria, debito pubblico e tasso di interesse
- n.77 (giugno 1988) GIUSEPPE DELLA TORRE, L'evoluzione dei sistemi finanziari nell'approccio contabile di Raymond Goldsmith. Alcune considerazioni analitiche
- n.78 (luglio 1988) FRANCESCO FARINA, Fattori tecnologici e transazionali nella divisione interindustriale del lavoro
- n.79 (ottobre 1988) FRANCESCO FARINA, Gli obiettivi della Banca d'Italia e i tassi d'interesse sul debito pubblico
- n.80 (novembre 1988) GIULIO CIFARELLI, La razionalità del tasso di cambio a termine e le "notizie": una analisi empirica
- n.81 (dicembre 1988) MAURO CAMINATI, Cyclical growth in a long-period perspective

- n.82 (gennaio 1989) LUIGI LUINI, Crescita esterna dell'impresa e teorie economiche
- n.83 (marzo 1989) LUIGI M. TOMASINI, A Scheme to Allocate Wastewater Rights
- n.84 (aprile 1989) STEFANO VANNUCCI, On Consistency Properties of some Strongly Implementable Social Choice Rules with Endogenous Agenda Formation
- n.85 (maggio 1989) AGOSTINO D'ERCOLE, Economia e Moneta in Schumpeter
- n.86 (maggio 1989) CHARLES GOODHART, What do Central Banks Do?
- n.87 (giugno 1989) PAOLO DEL GIOVANE, Foreign Firms' Behavior in the United States Market during the Dollar Cycle
- n.88 (giugno 1989) GÉRARD DUMÉNIL and DOMINIQUE LÉVY, The classical legacy and beyond
- n.89 (luglio 1989) RICCARDO FIORITO, Inventory accounting and profit evaluation
- n.90 (settembre 1989) NICOLA DIMITRI, On the robustness of the rational expectations hypothesis
- n.91 (settembre 1989) PIERMARIO PACINI, Expectations, learning and equilibrium in a non-walrasian model: a constructive approach
- n.92 (ottobre 1989) AGOSTINO D'ERCOLE, Sulla teoria monetaria del tasso di interesse di Schumpeter
- n.93 (ottobre 1989) UGO PAGANO, Firms, co-ordination and disequilibrium
- n.94 (novembre 1989) UGO PAGANO, Determinazione endogena dei diritti di proprietà in una economia di mercato
- n.95 (dicembre 1989) UGO PAGANO, Property rights, asset specificity, and the division of labour under alternative capitalist relations
- n.96 (dicembre 1989) MICHIO MORISHIMA, Wage differentials in Japan: 1958-1985
- n.97 (gennaio 1990) PIERPAOLO PIERANI - PIER LUIGI RIZZI, An econometric analysis of the olive oil market in Italy
- n.98 (febbraio 1990) ENRICO GIOVANNINI, Squilibri settoriali e dinamica macroeconomica di breve periodo: il caso dell'industria italiana
- n.99 (maggio 1990) GIULIO CIFARELLI Sui determinanti degli errori di previsione a termine nel mercato dei cambi
- n.100 (maggio 1990) EDITED BY MASSIMO DI MATTEO Celebrating R.M. Goodwin's 75 birthday
- n.101 (maggio 1990) OMAR O. CHISARI - JOSE' M. FANELLI Three-gap models, optimal growth and the economic dynamics of highly indebted countries
- n.102 (giugno 1990) FRANCESCO FARINA Italy's monetary policy inside the european monetary system
- n.103 (giugno 1990) STEFANO VANNUCCI On the closure operators of an effectivity function
- n.104 (giugno 1990) STEFANO VANNUCCI Struttura del mercato, giochi semplici e potenziali monopolistici
- n.105 (luglio 1990) STEFANO VANNUCCI A note on ergodic and vnn-stable sets of abstract games
- n.106 (luglio 1990) SIMONETTA BOTARELLI I nuovi estimi catastali: motivazioni ed effetti distributivi
- n.107 (luglio 1990) PIETRO PUCCINELLI Impresa e mercato un approccio dinamico
- n.108 (agosto 1990) UGO PAGANO Braverman, Harry (1920-1976)
- n.109 (agosto 1990) UGO PAGANO Property rights equilibria and institutional stability
- n.110 (settembre 1990) STEPHAN R. EPSTEIN Cities, regions and the late medieval crisis: Sicily and Tuscany compared

- n.111 (ottobre 1990) MAURO CAMINATI On the stability of long-period positions: an introductory note

Alla presente Collana "gialla" di quaderni il Dipartimento di Economia Politica affianca una Collana "celeste" di monografie. I numeri pubblicati a tutt'oggi sono i seguenti:

- 1) GIUSEPPE DELLA TORRE, Istituzioni creditizie ed Accumulazione del Capitale in Italia (1948-81), 1984.
- 2) SANDRO GRONCHI, Tasso Interno di Rendimento e Valutazione dei Progetti: una Analisi Teorica, 1984.
- 3) ALDINO MONTI, La Proprietà Immobiliare a Bologna in Età Napoleonica (1797-1810), 1984.
- 4) GIULIO CIFARELLI, Equilibrium and Disequilibrium Interpretations of Inflation, 1985.