

quaderni dell'istituto di economia
n. 20

Massimo Di Matteo

Maria L. Ruiz

**Effetti dell'interdipendenza
tra paesi produttori di petrolio
e paesi industrializzati:
un'analisi macrodinamica**



Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie
Università degli Studi di Siena

*Pubblicazione dell'Istituto di Economia
Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie
Università degli Studi di Siena*

**Massimo Di Matteo
Maria L. Ruiz**

**Effetti dell'interdipendenza
tra paesi produttori di petrolio
e paesi industrializzati:
un'analisi macrodinamica**

*1983, marzo
Stamperia della Facoltà*

Massimo di Matteo insegna Istituzioni di Economia Politica
presso l'Istituto di Economia
della Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie
dell'Università di Siena

Maria L. Ruiz è ricercatore
presso l'Istituto di Economia
della Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie
dell'Università di Siena
e insegna Economia Internazionale
presso l'Istituto di Scienze Economiche e Finanziarie
della Facoltà di Scienze Politiche
dell'Università di Cagliari

Introduzione (°)

Nell'ultimo decennio abbiamo assistito in rapida successione prima ad una serie di aumenti rilevanti del prezzo del petrolio e, poi, ad una serie di riduzioni: ambedue gli avvenimenti hanno colto di sorpresa e, comunque, hanno provocato scompiglio nelle economie di tutti i paesi del mondo occidentale in quanto hanno segnato una netta inversione di tendenza rispetto ai comportamenti precedenti.

Dal 1973 e durante tutti gli anni settanta i paesi produttori di petrolio, che si erano resi conto del proprio potere in quanto possessori della materia prima cui si era fondato lo sviluppo dei paesi industrializzati, hanno cercato di sfruttare tale potere sia per porre fine al deterioramento delle ragioni di scambio che per avviare al proprio interno un processo di sviluppo industriale.

La fermezza con cui alcuni paesi del cartello petrolifero hanno cercato di imporre le proprie condizioni, la capacità di reazione e trasformazione sia delle strutture industriali che dei metodi produttivi dei paesi industrializzati, insieme ad altri fattori di più ampia portata, hanno

(°) Gli autori desiderano ringraziare C. Casarosa, F. Casprini M. de Cecco e F. Filippi per le numerose osservazioni critiche che hanno rivolto ad una precedente stesura. Un ringraziamento particolare rivolgono a G. Gandolfo per averli anche aiutati a superare alcune difficoltà sorte durante la ricerca. Il lavoro è stato svolto nell'ambito di un progetto di ricerca finanziato dalla Università di Siena nell'anno accademico 1982-83.

Sebbene tale lavoro sia frutto di una attività di ricerca comune, la stesura dei paragrafi 1,4 e 5 è stata curata da M. Di Matteo, mentre la stesura dei paragrafi 2,3 e 6 è stata curata da M.L.Ruiz. Introduzione e conclusione sono state redatte congiuntamente dai due autori.

però condotto ad una recessione mondiale all'inizio degli anni ottanta che è la più grave verificatasi nel dopoguerra. La caduta della domanda di petrolio ad essa conseguente e la caduta dei ricavi dei paesi petroliferi hanno provocato anche la crisi dell'OPEC. Si è innescata una corsa al ribasso del prezzo del petrolio da parte di ciascuno dei paesi produttori per cercare di accaparrarsi le parti di una torta che diveniva sempre più piccola.

La caduta del prezzo del petrolio, benchè prevedibile più del precedente aumento e da alcuni effettivamente prevista, ha comunque creato problemi, anche se di nuovo tipo, ai paesi occidentali.

Quello che ci si chiede ora è se una ripresa del livello dell'attività economica mondiale, come quella che sembra essere in atto negli USA, comporterà i vecchi problemi relativi all'aumento del prezzo del petrolio.

Lo scopo del lavoro che presentiamo è di cercare di rispondere a queste domande mettendo in evidenza l'interdipendenza esistente tra il gruppo dei paesi industrializzati e il gruppo dei paesi produttori di petrolio. In particolare si vuole mettere in rilievo che il potere dei paesi petroliferi, come è stato evidenziato dalle recenti riduzioni del prezzo del petrolio, è limitato dalle possibilità di reazione dei paesi produttori di manufatti.

Verrà presentato un modello dinamico che descrive un sistema economico in cui il prezzo del petrolio viene determinato endogenamente. Si assume per semplicità che in tale sistema si possano distinguere due gruppi di paesi: quelli

che producono beni manufatti e quelli che producono petrolio.

Il modello presentato è solo un primo passo verso la costruzione di un modello più ampio in cui l'economia dei paesi produttori del petrolio sia descritta in maggiore dettaglio ed in cui vengono esaminate anche le bilance dei pagamenti dei due gruppi di paesi. Abbiamo tralasciato del tutto, nel lavoro che qui presentiamo, di considerare le bilance dei pagamenti in quanto ci sembra che negli ultimi anni i problemi ad esse relativi abbiano occupato un posto preponderante nell'attenzione sia degli economisti che dell'opinione pubblica, mentre minore spazio abbiano avuto i problemi relativi all'economia nel suo complesso, cioè all'andamento di occupazione, produzione, prezzi e salari. Speriamo che questa pur importante omissione possa essere colmata da un successivo lavoro ancora in preparazione.

Il piano del lavoro è il seguente. Nel primo paragrafo si espongono e commentano le equazioni di cui si compone il modello. Nel secondo e terzo vengono esaminate la soluzione di equilibrio e le condizioni di stabilità distinguendo il caso, rispettivamente, in cui il prezzo del petrolio è esogeno e quello in cui è endogeno. Procedendo al confronto tra i due insiemi di risultati si può evidenziare il ruolo dell'interdipendenza dei due gruppi di paesi, argomento che costituisce l'oggetto del quarto paragrafo. Vengono poi proposte nel quinto alcune estensioni dell'analisi riguardanti il ruolo anticiclico della spesa pubblica e l'effetto del risparmio di petrolio negli usi industriali.

1. Il modello

IL modello si compone delle seguenti relazioni:

$$1.1. D_m = S_m$$

$$1.2. D_m = \dot{K} + C_m + \bar{D}_m^f + \bar{G}$$

$$1.3. \dot{K} = B(K^d - K)$$

$$1.4. K^d = vS_m^n$$

$$1.5. \dot{S}_m^n = \gamma(S_m - S_m^n)$$

$$1.6. C_m = c_1 S_m - c_2 P_m - c_3 P_p + c_0$$

$$1.7. C_p = F(S_m, P_p, P_m), \partial F / \partial S_m > 0, \partial F / \partial P_p \leq 0, \partial F / \partial P_m \geq 0$$

$$1.8. P_m = (W/\pi + aP_p + c)(1 + \bar{m})$$

$$1.9. \dot{W} = -g_0 + g_1 L/N + g_2 \dot{P}_m$$

$$1.10. L = (1/\pi) S_m$$

$$1.11. N = \bar{N}$$

$$1.12. D_p = aS_m$$

$$1.13. \dot{P}_p = -p_0 p_1 + p_1 a S_m + p_1 p_2 P_m,$$

dove tutti i coefficienti sono positivi e dove l'interpretazione dei simboli è la seguente (m e p si riferiscono rispettivamente al bene manufatto ed al petrolio, f si riferisce ai paesi produttori di petrolio):

D_m domanda aggregata di m,

\bar{D}_m^f esportazioni di m,

\bar{G} spesa pubblica per m,

\dot{K} investimenti netti,

C_m domanda di consumi per m,

v rapporto capitale prodotto,

S_m^n livello normale atteso della produzione di m,

S_m livello effettivo della produzione di m,

P_m prezzo del bene manufatto,

P_p prezzo del petrolio,

\bar{m} mark-up sui costi totali,

π produttività media e marginale del lavoro,

W salario monetario,

a coefficiente di uso industriale del petrolio,

c costi fissi unitari,

L domanda di lavoro,

\bar{N} offerta di lavoro,

C_p domanda di petrolio da parte delle famiglie,

\dot{D}_p domanda di petrolio da parte delle imprese.

Le variabili endogene sono le seguenti: $D_m, S_m, K, C_m, K^d, S_m^n, P_m, P_p, C_p, W, L, N, D_p$.

L'equazione 1.1 rappresenta la condizione di equilibrio tra domanda e offerta aggregata di merci manufatte nei paesi

industrializzati. Si assume, quindi, che non esistano ritardi nell'aggiustamento tra le due quantità: questa ipotesi, che non è affatto realistica, specie in un modello dinamico, tuttavia si giustifica con la necessità di non incrementare l'ordine del sistema e di non usare equazioni miste differenziali-alle differenze finite.

La 1.2 definisce la domanda aggregata di merci manufatte come composta di consumi, investimenti, spesa pubblica esogena e esportazioni, anch'esse esogene. Si ricorda che trattasi di un modello che descrive il comportamento dell'insieme dei paesi industrializzati che producono un'unica merce, manufatti; pertanto la domanda di esportazioni proviene dall'insieme dei paesi non industrializzati e quindi può essere considerata indipendente dal comportamento dei paesi industrializzati. Si tratta comunque di una quantità presumibilmente piccola.

La funzione degli investimenti netti è modellata (equazioni 1.3 e 1.4) sul principio dell'aggiustamento dello stock di capitale (1). Si ritiene tuttavia che lo stock di capitale desiderato, data l'unica tecnica esistente (2), non sia

(1) Cfr. R.M. Goodwin, 1948, *Secular and Cyclical Aspects of the Multiplier and the Accelerator*. In Metzler, L.H., ed., *Income, Employment and Public Policy (Essays in Honour of A.H. Hansen)* New York, W.W. Norton pp. 108-132 ed anche Matthews, R.C.O. 1959, *The Trade Cycle*, Cambridge University Press, cap. 3, par. 3-4.

(2) Si rammenta che il rapporto v incorpora un grado normale di utilizzo della capacità. Si assume che la capacità produttiva sia sempre sufficiente ad assorbire gli aumenti di domanda prima della conseguente variazione dello stock di capitali.

in relazione con il livello della domanda corrente, come ipotizzato da coloro i quali per primi hanno introdotto questa formulazione, ma piuttosto con il livello della domanda normale; Con questa ultima espressione intendiamo un livello di domanda (e di produzione) che si ritiene possa permanere abbastanza a lungo nel tempo da far ritenere opportuno un mutamento della quantità di capitale a disposizione. Il riferimento ad una quantità normale serve per tener conto del fatto che, poichè il mutamento del parco macchine è in larga parte una decisione irreversibile, una variazione della domanda ritenuta transitoria non genera lo stesso comportamento da parte delle imprese.

C'è, in altre parole, una asimmetria tra decisioni di produzione e decisioni di investimento: nel primo caso, infatti, la produzione viene istante per istante aggiustata alle variazioni della domanda; nel secondo caso, invece, solo le variazioni della domanda normale conducono ad un mutamento dello stock di capitale. Infatti variazioni transitorie della domanda hanno il loro effetto sul grado di utilizzo della capacità produttiva che quindi varia durante il ciclo.

Si assume inoltre, per semplicità, che non vi sia ritardo tra le decisioni di investimento e la variazione dello stock di capitale, anche se, come è stato sottolineato questo ritardo non è trascurabile ed, anzi, è rilevante per

il periodo del ciclo economico (3). Il parametro β , che indica la velocità di aggiustamento, dovrebbe essere considerato endogeno ma lo si ipotizza costante per evitare l'introduzione di non linearità nella formulazione del modello.

Il processo di formazione delle aspettative sul livello della domanda normale è di tipo adattivo.

Si ritiene infatti che tale meccanismo rappresenti un'utile approssimazione al complicato processo di formazione delle aspettative da parte degli agenti economici. E' possibile dimostrare (4) che un meccanismo di formazione delle aspettative basato su previsioni ottenute con la procedura dei minimi quadrati può essere rappresentato da un meccanismo di tipo adattivo, anche se nel caso generale il coefficiente di aggiustamento risulta variabile, anziché costante come da noi ipotizzato.

E' noto che in questo caso le aspettative non sono mai perfettamente realizzate eccetto che in un punto di equilibrio. Tuttavia questa situazione, che pure non è soddisfacente,

(3) Cfr. Kalecki, M., 1966, Outline of a Theory of the Business Cycle. (pubblicato per la prima volta nel 1933). In Kalecki, M. Studies in the Theory of Business Cycles, Oxford, B. Blackwell, pp. 3-15 ed anche Goodwin, R.M., 1946, Innovations and the Irregularity of Economic Cycles Review of Economics and Statistics pp. 95-104.

(4) Cfr. Friedman, B.M., 1979 Optimal Expectations and the Extreme Information Assumptions of Rational Expectations Macromodels, Journal of Monetary Economics, pp. 23-41. "Hence with stationary series of predetermined variables and with a rolling sample period, the theorem indicates that the adaptive expectations model with constant coefficient of adaptation may well be a useful approximation to the process of optimal expectations formation in conjunction with least squares learning." (p. 36)

lo sembra più dell'altra, cioè di quella in cui il valore atteso e valore effettivo di una variabile sono sempre uguali fra di loro ed uguali al valore di equilibrio dedotto dal modello teorico. Come è noto ciò implica la conoscenza corretta della struttura del sistema economico e del valore dei suoi parametri: in un modello deterministico l'ipotesi di aspettative razionali sembra implicare la antica nozione di previsione perfetta (5).

Nell'equazione 1.6 si ipotizza che la domanda di beni manufatti per il consumo dipenda direttamente dal livello del reddito reale in termini del bene m , ed inversamente dal livello dei prezzi dei beni manufatti e del petrolio.

Nella 1.7 si assume che la domanda di petrolio da parte delle famiglie dipenda dal prezzo del petrolio e dei beni manufatti e dal reddito reale.

Cominciamo con il giustificare il segno positivo di c_3 (6). Quando P_p aumenta C_p diminuisce sia a causa dell'effetto reddito che dell'effetto sostituzione mentre C_m aumenta poiché i due beni sono sostituti e al contempo diminuisce per l'effetto reddito. Se l'elasticità diretta di C_p è bassa e se il grado di sostituibilità tra i due beni è basso, l'effetto reddito su C_m prevale sull'effetto sostituzione

(5) Su cui vedi le illuminanti osservazioni di Morgenstern, O., 1969, Previsione perfetta ed equilibrio economico, (pubblicato per la prima volta nel 1935). In Morgenstern, O. Teoria dei giochi, Torino, P. Borin ghieri, pp. 50-77.

(6) Si tenga presente che il vincolo di bilancio per l'intera economia è:

$$P_s S = P_p C_p + P_m (K + G) + P_p (D_p + C_p).$$

e quindi c_3 è positivo.

Per esaminare il segno di c_2 è bene dividere l'argomentazione in due stadi. Assumiamo inizialmente che P_m aumenti ma il reddito monetario rimanga costante; allora C_m diminuisce sia per l'effetto sostituzione che per l'effetto reddito mentre C_p diminuisce in quanto, essendo il grado di sostituibilità tra i due beni basso, l'effetto reddito prevale sull'effetto sostituzione. Consideriamo ora che a seguito dell'aumento di P_m anche il reddito monetario aumenta: questo implica un aumento della domanda di entrambi i beni. Se quest'ultimo effetto su C_m è sopravanzato dalla diminuzione di C_m analizzata prima possiamo concludere che C_m diminuisce all'aumentare di P_m e, quindi, c_2 è positivo (7). Se invece accade il contrario c_2 è negativo; per motivi che diverranno chiari in seguito analizzando la stabilità del modello assumiamo per il momento che c_2 sia positivo. (8)

Nell'equazione 1.8 è incorporata una regola di formazione del prezzo basata sul principio del costo pieno nella formulazione elaborata da Sylos Labini (9). Il livello del margine, come è noto, dipende sia da decisioni microeconomiche e, in particolare, dalle decisioni delle imprese con riferimento a diversi obiettivi di lungo periodo, sia dalla

(7) Si dimostra che $c_2 > 0$ se l'elasticità diretta di C_m è sufficientemente grande in valore assoluto rispetto all'elasticità di C_p a P_m .

(8) Ulteriori argomentazioni a favore di $c_2 > 0$ si potrebbero portare se si assumesse che il consumo di beni manufatti dipende anche dalla distribuzione del reddito. Questa linea di indagine non è stata perseguita per non rendere troppo complesso il modello.

(9) Cfr. Sylos Labini, P., 1967, *Oligopolio e progresso tecnico*, (prima edizione 1956), Torino, G. Einaudi, pp. 74, 93).

distribuzione tra salari e stipendi (10). D'altro canto il costo fisso unitario c è dato dal rapporto tra costi fissi complessivi e quantità normale. Tale rapporto è approssimativamente costante in quanto i costi fissi complessivi sono in stretta relazione con l'ammontare del capitale, che a sua volta è proporzionale alla quantità normale (11). Il costo unitario del lavoro è dato dal salario monetario diviso per la produttività del lavoro che viene ipotizzata costante.

Una volta determinato il margine e, quindi, il prezzo che assicura un dato saggio di profitto, la 1.8 diviene uno strumento per calcolare le variazioni del prezzo al variare dei costi del lavoro e delle materie prime (12). La conclusione che si trae dall'analisi di Sylos Labini è che, in generale, (13) durante il ciclo economico, il margine tende a variare in modo inverso rispetto ai costi diretti: ciò in quanto le imprese desiderano mantenere un tasso di profitto costante ed uguale a quello di equilibrio in modo da scoraggiare l'entrata di nuove imprese (14). Il margine deve diminuire quando aumentano i costi primi perché, contempora-

(10) Cfr. Sylos Labini, P., 1967, *op.cit.*, parte I, cap. 2, par. 3-5 e cap. 6, par. 1.

(11) Cfr. Sylos Labini, P., 1967, *op.cit.* pag. 48.

(12) Cfr. Sylos Labini, P., 1967, *op.cit.*, cap. 3, par. 4-8.

(13) Per alcune eccezioni vedi ancora Sylos Labini, P., 1967, *op.cit.*, pag. 109.

(14) Cfr. Sylos Labini, P., 1967, *op. cit.*, specialmente pp. 107-117.

neamente, aumenta la quantità prodotta che fa salire il profitto mediante una diminuzione dell'incidenza dei costi fissi. Tuttavia è molto ragionevole supporre che, qualora ci siano forti barriere all'entrata, come nel caso più comune dell'oligopolio concentrato, e/o un basso grado di concorrenza estera, il comportamento suddetto non si osservi; è così legittimo assumere in questo modello che si riferisce all'insieme dei paesi industrializzati che il margine resti costante al variare dei costi diretti nel corso del ciclo economico.

L'equazione 1.9 deriva da una curva di Phillips in forma lineare, corretta per tener conto delle variazioni del prezzo dei beni manufatti.

Come è noto la curva di Phillips può essere desunta o da una generalizzazione dell'evidenza empirica o da alcune ipotesi sul processo di aggiustamento nel mercato del lavoro (15).

La equazione 1.10 indica che la domanda di lavoro non dipende dal salario reale ma da un coefficiente tecnico di impiego che è considerato costante. La 1.11 indica che l'ammontare di forza lavoro è costante.

La domanda di petrolio per la produzione di beni manufatti (equazione 1.12) dipende, tramite il coefficiente di utilizzazione, dalla produzione corrente dei beni stessi. Nel paragrafo 5 verrà presentata una estensione dell'analisi

(15) Vedi il lavoro pionieristico di Phillips, A.W., 1958, *The Relation between Unemployment and the rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom 1861-1957*, *Economica*, pp. 283-299. ed anche Lipsey, R.L. 1960, *The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates: A Further Analysis*, *Economica*, pp. 1-31.

che considera detto coefficiente come una funzione inversa del prezzo del petrolio.

Veniamo infine alla 1.13 che ipotizza che il prezzo del petrolio dipenda positivamente dalla domanda per usi industriali (16) e dal prezzo dei beni manufatti. Tale equazione è stata ricavata assumendo che l'offerta di petrolio sia una funzione crescente di P_p e decrescente di P_m (17).

La relazione crescente tra l'offerta di petrolio e P_p si può giustificare assumendo che i paesi produttori di petrolio sono disposti ad aumentare il ritmo di estrazione della propria risorsa in un dato periodo (e quindi ad esaurirla in più breve tempo) solo se sono compensati in quel periodo da un più alto prezzo (18). In effetti si potrebbe pensare che con una domanda perfettamente rigida non ci sia nessun limite alle pretese in termini di prezzo dei paesi

(16) Trascuriamo qui la domanda proveniente dalle famiglie poichè per semplificare consideriamo per il momento solo l'ipotesi di domanda rigida e poichè la domanda di petrolio proveniente dalle famiglie è piccola rispetto alla domanda per usi industriali. Comunque un esempio di domanda di petrolio flessibile ai prezzi verrà considerato nel par.5. L'inclusione di C_p nella 1.13 non modificherebbe comunque le conclusioni qualitative dell'analisi.

(17) In termini formali la 1.13 risulta dall'equilibrio tra domanda di petrolio, D_p , e offerta S_p :

$$\begin{aligned} S_p &= P_0 + (1/p_1) P_p - p_2 P_m \\ D_p &= a S_m \\ D_p &= S_p \end{aligned}$$

(18) Inoltre, nella misura in cui un maggior ritmo di estrazione comporta costi crescenti, questa affermazione risulta ancor più confermata, cfr. Roncaglia, A., 1983, *L'economia del petrolio*, Bari, Laterza, cap.III par.4.

produttori di petrolio; in realtà vi sono considerazioni di lungo periodo che fissano la posizione nel piano della curva di offerta (sintetizzate dal parametro p_0 , che include tra l'altro anche i costi fissi). In particolare un livello troppo alto del prezzo favorirà l'entrata di nuove imprese e lo sfruttamento di nuovi giacimenti petroliferi e, quindi, una riduzione dei poteri monopolistici. Inoltre con un prezzo molto alto si accelererebbe moltissimo il sia pur lungo e costoso processo di sostituzione del petrolio con altre fonti di energia e i paesi produttori di petrolio correbbero il rischio che questo processo fosse completato ben prima dell'esaurimento della risorsa da essi posseduta.

Le considerazioni appena fatte ci sembra che siano sufficienti per giustificare perché all'aumentare della domanda i paesi produttori di petrolio aumentino il prezzo in misura limitata; per riduzioni della domanda, invece, i paesi produttori potrebbero lasciare il prezzo invariato e produrre in modo da soddisfare la domanda. Per l'insieme dei paesi produttori questo comportamento sarebbe certamente più vantaggioso in termini di ricavi, almeno nel breve periodo, ma è poco probabile che esso si verifichi in presenza di un basso livello della domanda. In altre parole l'unità di comportamento dei paesi produttori è facile da ottenersi e da mantenersi durante periodi di domanda alta; al contrario, durante i periodi di domanda bassa è probabile, ed è in realtà accaduto, che ogni paese adotti una visione particolare, anziché generale, e quindi cerchi, abbassando il

prezzo, di sottrarre quote di domanda agli altri paesi produttori.

Benché il comportamento descritto non sia simmetrico di fronte a variazioni della domanda, tuttavia, per semplicità, assumiamo che p_1 abbia un valore costante.

Infine, a parità di tutto il resto, i paesi produttori fissano un prezzo più o meno alto a seconda del livello più o meno alto dei prezzi dei beni manufatti nell'acquisto dei quali intendono riversare gran parte dei propri redditi.

Siamo consapevoli che la formulazione adottata per la 1.13 non è che una delle molte possibili; ci riserviamo successivamente di esplorare anche altre ipotesi di comportamento.

2. Il modello con P_p determinato esogenamente

Come si vede dall'esposizione svolta nel paragrafo precedente il modello presentato si compone di un blocco di dodici equazioni che descrivono, in modo completo, ancorchè semplificato, il funzionamento dell'economia dei paesi industrializzati nel loro insieme, e di un'equazione, la 1.13, che descrive la regola di fissazione del prezzo del petrolio seguita dai paesi produttori. Nel modello vengono trascurate altre forme di interazione tra i due gruppi di paesi e, quindi, manca una descrizione più dettagliata dell'economia dei paesi petroliferi poichè si ritiene che eventuali modificazioni del livello dei redditi, e quindi, delle importazioni di tali paesi, non producano modificazioni di entità rilevante sull'economia dei paesi industrializzati nel loro complesso.

In questo paragrafo cominceremo ad esaminare il funzionamento dell'economia dei paesi industrializzati come descritta dalle prime dodici equazioni e per far ciò assumiamo che il prezzo del petrolio sia un dato esogeno; sostituiamo cioè alla 1.13 la seguente:

$$1.13' \quad P_p = \bar{P}_p$$

Questa assunzione, piuttosto drastica in quanto implica l'isolamento completo di ciascun gruppo di paesi, verrà abbandonata nel prossimo paragrafo in cui verranno reintrodotti meccanismi di reazione tra i due sistemi economici.

Le equazioni 1.1.-1.6, 1.8-1.11 e 1.13' (19) possono essere riscritte in forma compatta, dopo aver differenziato la 1.8, nel modo seguente:

$$2.1. \quad \dot{S}_m^n = \left[\gamma / (1 - c_1) \right] \left[\dot{K} - c_2 P_m - c_3 \bar{P}_p + \bar{C} \right] - \gamma S_m^n$$

$$2.2. \quad \dot{K} = B(vS_m^n - K)$$

$$2.3. \quad \dot{P}_m = [(1 + \bar{m}) / \pi] (-g_0 + g_2 \dot{P}_m) + \\ + \left[(1 + \bar{m}) g_1 / \pi^2 N (1 - c_1) \right] \left[\dot{K} - c_2 P_m - c_3 \bar{P}_p + \bar{C} \right],$$

$$\text{dove} \quad \bar{C} = \bar{D}_m^f + \bar{G} + c_0.$$

Equilibrio di lungo periodo

Il sistema 2.1-2.3 è un sistema di tre equazioni differenziali lineari del primo ordine nelle incognite $S_m^n(t)$, $K(t)$ e $P_m(t)$. La soluzione di equilibrio coincide con la soluzione particolare di detto sistema che si può trovare sostituendo ad S_m^n , K e P_m delle costanti da determinare (20).

(19) Rimangono fuori le equazioni 1.7 e 1.12; la 1.12 ci serve per determinare D che compare solo nella 1.13 e, quindi, per il momento è superflua: essa verrà utilizzata nel paragrafo 3. L'equazione 1.7 determina invece C_p una volta dati P_m e P_p : poichè tale variabile non compare in nessuna altra equazione del modello possiamo tralasciare questa equazione quando consideriamo la forma compatta.

(20) Vedi appendice parte I.

La soluzione di equilibrio è la seguente:

$$2.4 \quad \overset{\circ}{S}_m^n = g_0 \pi \bar{N} / g_1$$

$$2.5 \quad \overset{\circ}{K} = v \overset{\circ}{S}_m^n$$

$$2.6 \quad \overset{\circ}{P}_m = \bar{C} / c_2 - [(1-c_1) / c_2] \overset{\circ}{S}_m^n - (c_3 / c_2) \bar{P}_p$$

dove \circ sta ad indicare per ciascuna variabile la soluzione particolare del sistema e quindi il valore d'equilibrio stazionario (2q).

Come era da attendersi, il valore di equilibrio del prodotto normale e, quindi, del prodotto effettivo è determinato, in presenza di un valore costante della produttività del lavoro, dai parametri della curva di Phillips; quanto più grande, in valore assoluto, è la componente esogena della variazione dei salari (g_0) rispetto alla componente che dipende dalla pressione sul mercato del lavoro (g_1), tanto più elevato sarà il livello del prodotto di lungo periodo.

In equilibrio, poiché gli investimenti sono nulli, il capitale sarà al livello desiderato, cioè in rapporto costante con $\overset{\circ}{S}_m^n$.

Il livello di equilibrio di $\overset{\circ}{P}_m$, se c_2 è positivo, cioè se un aumento del prezzo fa diminuire la domanda di beni manufatti consumati, è in relazione inversa con $\overset{\circ}{S}_m^n$ e \bar{P}_p e diretta con il livello della domanda esogena. Infatti, poiché $\overset{\circ}{P}_m$ deve essere tale da garantire l'equilibrio tra domanda

(21) Affinchè la soluzione d'equilibrio per $\overset{\circ}{P}_m$ sia economicamente significativa è necessario che:

$$2.7 \quad \bar{P}_p < [1/c_3] [\bar{C} - (1-c_1) \overset{\circ}{S}_m^n].$$

e offerta di beni manufatti, tanto più alto è il livello del prodotto, tanto minore deve essere il livello del prezzo per evitare che la domanda per beni di consumo manufatti risulti minore della offerta disponibile; così, quanto più alto è il prezzo del petrolio, tanto più bassa sarà la domanda di beni manufatti e, quindi, tanto più basso deve essere $\overset{\circ}{P}_m$ per far sì che la domanda sia adeguata all'offerta. Infine quanto maggiore è la domanda esogena, tanto maggiore deve essere $\overset{\circ}{P}_m$ per evitare un eccesso di domanda di beni manufatti.

Se invece c_2 è negativo tutti i segni delle relazioni appena esaminate risultano cambiati; ciò accade in quanto in tal caso un aumento di $\overset{\circ}{P}_m$ fa aumentare sicuramente la spesa per beni manufatti.

Due osservazioni si possono fare a proposito della soluzione di equilibrio: i) il sistema 2.4-2.6 è decomponibile e determina prima $\overset{\circ}{S}_m^n$ in funzione solo dei parametri della curva di Phillips, poi determina $\overset{\circ}{K}$ in funzione di $\overset{\circ}{S}_m^n$ e $\overset{\circ}{P}_m$ in funzione di $\overset{\circ}{S}_m^n$ e delle variabili esogene, ii) il prezzo del petrolio influisce solo sulla determinazione di $\overset{\circ}{P}_m$: una sua variazione non ha alcun effetto sulle variabili reali del sistema; lo stesso si può dire per variazioni delle componenti autonome della domanda.

Sostituendo le 2.4-2.6 nelle equazioni del modello si possono trovare i valori di equilibrio di tutte le variabili. Ci interessa qui notare che, sostituendo la 2.6 nella 1.8 si ottiene il valore di equilibrio del salario monetario:

$$2.8 \quad \dot{W} = \dot{P}_m / (1+\bar{m}) - a\pi\bar{P}_p - \pi c$$

che è una funzione inversa del margine e del prezzo del petrolio.

Analisi della stabilità

Esaminiamo ora il comportamento del sistema economico da noi descritto quando sopraggiunge una perturbazione che lo fa deviare dal suo stato di equilibrio; prendiamo come esempio una riduzione una tantum del prezzo del petrolio. Abbiamo già visto che una tale perturbazione influisce solo sul prezzo di equilibrio del bene manufatto ma non sulla quantità prodotta in equilibrio; possiamo ora analizzare più in dettaglio gli effetti che essa produce nel breve periodo e faremo ciò assumendo, per il momento, che c_2 sia positivo.

La riduzione di \bar{P}_p esercita due effetti diretti sull'economia dei paesi industrializzati: i) fa ridurre i costi variabili per la produzione del bene manufatto e, quindi, il suo prezzo, ii) fa aumentare il reddito disponibile per il consumo finale di manufatti in quanto la domanda di prodotti petroliferi è piuttosto rigida e, quindi, la spesa finale per prodotti petroliferi si riduce.

Ambedue gli effetti diretti influenzano in senso posi-

tivo C_m e, quindi, la domanda aggregata; (22) poiché si è assunto che variazioni di domanda si riflettono istantaneamente in variazioni di produzione, si avrà un aumento della produzione effettiva, ottenuta con un aumento del grado di utilizzazione della capacità produttiva al di sopra di quello considerato normale. In previsione che almeno una parte dell'aumento di domanda perduri nel tempo, le imprese cercheranno di adeguare lo stock di capitale effettuando nuovi investimenti. Questo aumento degli investimenti provoca un ulteriore aumento della domanda e del prodotto che si riflette in una crescita dell'occupazione e, di conseguenza, del salario monetario. Quest'ultimo comincia a retroagire su P_m facendolo aumentare a sua volta e, quindi, provocando una riduzione della domanda aggregata.

Questo processo converge verso la nuova situazione di equilibrio se e solo se la seguente condizione è soddisfatta: (23)

$$2.9 \quad \left[\pi - (1+\bar{m})g_2 \right] \left[(\gamma + B)(1-c_1) - \gamma Bv \right] \pi N \left[\gamma B \pi N (1-c_1) + (1+\bar{m})g_1 c_2 (B+\gamma) \right] + (1+\bar{m})g_1^2 c_2^2 (B+\gamma) > 0.$$

Si vede facilmente che condizione sufficiente affinché sia verificata l'eq. 2.9 è che:

(22) Se invece di una riduzione del prezzo del petrolio si considerasse un aumento della domanda esogena si avrebbe direttamente un aumento della domanda aggregata che provoca un adeguamento dell'offerta.

(23) Per un esame più particolareggiato delle condizioni di stabilità vedi appendice parte I.

$$2.10 \quad 1 - c_1 > \frac{\gamma B v}{\gamma + B}$$

Il fatto che la 2.10 sia condizione sufficiente per la stabilità è facilmente spiegabile ricordando che il modello contiene una funzione degli investimenti derivata dal principio dell'adeguamento dello stock di capitale al livello desiderato; la 2.10 non è altro che la condizione necessaria e sufficiente di stabilità propria di un tale meccanismo in presenza di prezzi fissi: affinché il processo cumulativo per cui la domanda stimola gli investimenti e gli investimenti stimolano la domanda tenda ad affievolirsi, anziché ad esplodere, è necessario che la fuoriuscita dal circuito del reddito costituita dal risparmio sia sufficientemente grande in relazione al valore assunto dai parametri B e γ .

Nel nostro modello, però, tale condizione è solo sufficiente in quanto la flessibilità del prezzo e del salario monetario introduce nel sistema un altro meccanismo stabilizzatore; infatti l'aumento della produzione, sia iniziale che dovuto ai successivi aumenti degli investimenti, fa crescere il salario monetario e, quindi, il prezzo del prodotto; l'effetto negativo che ne deriva sulla domanda aggregata bilancia, almeno in parte, l'effetto positivo dell'aggiustamento dello stock di capitale.

Per questo motivo la condizione di stabilità 2.9 è meno stringente della 2.10; essa infatti può essere verificata anche per valori di B e γ maggiori di quelli che soddisfano

la 2.10, per esempio per valori tali che:

$$1 - c_1 = \frac{-\gamma B v}{\gamma + B}$$

Per valori di γ e B ancora più elevati, invece, l'instabilità inerente il processo di aggiustamento dello stock di capitale tende nettamente a dominare il meccanismo stabilizzatore introdotto con la flessibilità dei prezzi.

Diventa molto facile ora esaminare il caso in cui c_2 sia negativo, cioè il caso in cui un aumento del prezzo del bene manufatto faccia aumentare la domanda per consumo del bene stesso. In tal caso, infatti, la flessibilità dei prezzi e del salario monetario si tramuta in un meccanismo destabilizzatore in quanto amplifica il processo cumulativo messo in moto dal meccanismo di aggiustamento dello stock di capitale; nessuna coppia di valori positivi di γ e B è ora in grado di assicurare la stabilità.

Condizioni necessarie di stabilità quando c_2 è negativo sono i) uno dei due coefficienti di aggiustamento sia negativo, ii) il coefficiente negativo sia in valore assoluto maggiore del coefficiente positivo. (24)

La condizione i) contraddice le ipotesi sui segni dei parametri che sono state fatte nell'esposizione del modello; possiamo però cercare di capire se essa implica comportamenti egualmente plausibili in termini economici.

(24) Per l'insieme delle condizioni di stabilità vedi appendice parte I.

Per quanto riguarda β un suo valore negativo non è giustificabile in termini economici in quanto implicherebbe investimenti netti positivi quando lo stock di capitale desiderato sia minore dello stock di capitale esistente e viceversa.

Invece un valore negativo per γ implica un meccanismo di formazione delle aspettative di tipo regressivo: gli imprenditori, quando sperimentano un aumento di domanda si aspettano che nel futuro la domanda normale non possa che cadere e riducono in modo adeguato la capacità produttiva e viceversa. Un comportamento simile può essere plausibile solo per brevi periodi di tempo, per esempio nelle fasi del ciclo economico che precedono immediatamente i punti di svolta superiore ed inferiore; sembrano invece poco realistiche aspettative modellate su questo schema nelle altre fasi del ciclo e in una situazione in cui la convergenza all'equilibrio sia di tipo monotono.

Ci sembra, quindi, di poter concludere che, se si ritiene la stabilità un requisito essenziale per un modello economico (25), l'ipotesi c_2 negativo sia da scartare in quanto, con comportamenti realistici degli agenti economici implica instabilità.

Un'ultima questione rimarrebbe da esaminare riguardo al tipo di convergenza del sistema verso la soluzione di equilibrio: è l'aggiustamento di tipo ciclico o monotono?

(25) Tale proposizione è oggetto di dibattito; per una discussione approfondita dell'argomento cfr. Vercelli, A., 1982, Is Instability Enough to Discredit a Model? Economic Notes, n.3, pp. 173-189.

A questa domanda non siamo in grado di dare una risposta in quanto richiederebbe la ricerca dell'esistenza di radici complesse soluzione dell'equazione caratteristica del sistema; tale ricerca comporta difficoltà di calcolo difficilmente superabili senza conoscere i valori numerici dei parametri.

Uno studio dell'esistenza di radici complesse è stato condotto su una versione semplificata del modello presentato in questo paragrafo in cui la funzione degli investimenti 1.3 è stata sostituita con una semplice funzione di tipo accelerativo:

$$1.3' \quad \dot{K} = vS_m^n$$

Il modello così semplificato è stabile sotto opportune condizioni e converge in modo monotono verso la soluzione di equilibrio.

3. Il modello con P_p determinato endogenamente

Passiamo ora ad esaminare il modello completo costituito dalle equazioni 1.1 - 1.13 in cui i paesi produttori di petrolio hanno la possibilità di reagire a mutamenti del prezzo dei beni manufatti e, di conseguenza, della ragione di scambio e di sfruttare la rigidità al prezzo della domanda di petrolio per assicurarsi maggiori ricavi dalla vendita delle proprie risorse.

Le equazioni 1.1 - 1.6 e 1.8-1.13 possono essere ridotte ad un sistema in quattro equazioni differenziali lineari del primo ordine (26):

$$3.1 \quad \dot{S}_m^n = [\gamma/(1-c_1)] [BvS_m^n - BK - c_2P_m - c_3P_p + \bar{C}] - \gamma S_m^n$$

$$3.2 \quad \dot{K} = B(vS_m^n - K)$$

$$3.3 \quad \dot{P}_m = [(1+\bar{m})g_2/\pi] P_m + [(1+\bar{m})g_1/\pi^2 N(1-c_1)] [BvS_m^n - BK - c_2P_m - c_3P_p + \bar{C}] - (1+\bar{m})g_0/\pi + (1+\bar{m})aP_p$$

$$3.4 \quad P_p = [p_1 a/(1-c_1)] [\dot{K} - c_2P_m - c_3P_p + \bar{C}] + p_1 p_2 P_m - p_1 p_0$$

Equilibrio di lungo periodo

La soluzione di equilibrio del modello per S_m^n , K , P_m e P_p

(26) Il sistema 3.1-3.4 si può ulteriormente ridurre sostituendo la 3.4 nella 3.1 e nella 3.3 ed è quest'ultimo sistema che, come si può vedere nell'appendice parte II, verrà studiato per trovare la soluzione particolare e le condizioni di stabilità. Il sistema nella forma 3.1-3.4 viene qui presentato in quanto rende più agevole l'interpretazione economica dei risultati.

è la seguente (27)

$$3.5 \quad \dot{S}_m^n = g_0 \pi N/g_1$$

$$3.6 \quad \dot{K} = v\dot{S}_m^n$$

$$3.7 \quad \dot{P}_p = (1/c_2)\bar{C} - [(1-c_1)/c_2] \dot{S}_m^n - (c_3/c_2) \dot{P}_p$$

$$3.8 \quad \dot{P}_p = p_1 a \dot{S}_m^n + p_1 p_2 \dot{P}_m - p_1 p_0 \quad (28)$$

Dalle 3.5-3.8 si vede che la soluzione del modello completo è uguale a quella del modello con P_p esogeno per quanto riguarda \dot{S}_m^n e \dot{K} ; \dot{P}_m dipende ancora dal prodotto d'equilibrio e dalla domanda esogena, ma ora viene determinato congiuntamente con il prezzo del petrolio; infatti la 3.7 e la 3.8, una volta dati \dot{S}_m^n e \bar{C} , determinano simultaneamente i due prezzi d'equilibrio secondo le espressioni seguenti:

$$3.10 \quad \dot{P}_m = -1/(c_2 + p_1 p_2 c_3) [(1-c_1 + c_3 p_1 a) \dot{S}_m^n - \bar{C} - c_3 p_1 p_0]$$

$$3.11 \quad \dot{P}_p = 1/(c_2 + p_1 p_2 c_3) [c_2 p_1 a \dot{S}_m^n - c_2 p_1 p_0 - p_1 p_2 (1-c_1) \dot{S}_m^n - \bar{C}]$$

Dalle 3.10-3.11 si vede che i valori di equilibrio di P_m e P_p dipendono dai parametri della 1.6 e della 1.13; ci soffermiamo qui solo sulle relazioni esistenti tra i va-

(27) Vedi appendice parte II.

(28) Condizione necessaria affinché la 3.7 sia economicamente significativa è che:

$$3.9a \quad \dot{P}_p < (1/c_3) [\bar{C} - (1-c_1) \dot{S}_m^n];$$

affinchè la 3.8 sia economicamente significativa è necessario che:

$$3.9b \quad \dot{P}_p < (p_0 - a \dot{S}_m^n) / p_2.$$

lori di equilibrio dei due prezzi ed il coefficiente p_2 .

Dalle 3.10-3.11 ricaviamo:

$$3.12 \quad \frac{\partial \bar{p}_m}{\partial p_2} = \left\{ \frac{c_3 p_1}{c_2 + c_3 p_1 p_2} \right\}^2 \left\{ (1-c_1 + c_3 p_1 a) \bar{S}_m^n - \bar{c} - c_3 p_1 p_0 \right\}$$

$$3.13 \quad \frac{\partial \bar{p}_p}{\partial p_2} = \left\{ \frac{-c_2 p_1}{c_2 + c_3 p_1 p_2} \right\}^2 \left\{ (1-c_1 + c_3 p_1 a) \bar{S}_m^n - \bar{c} - c_3 p_1 p_0 \right\}$$

da cui si vede che un aumento di p_2 produce un aumento (diminuzione) di \bar{p}_m ed una riduzione (aumento) di \bar{p}_p se:

$$\left\{ \bar{c} + c_3 p_1 p_0 \right\} < (1-c_1 + c_3 p_1 a) \bar{S}_m^n \quad (\text{se } \left\{ \bar{c} + c_3 p_1 p_0 \right\} > (1-c_1 + c_3 p_1 a) \bar{S}_m^n).$$

Si può comunque osservare che, quanto più elevato è il valore della spesa pubblica nei paesi industrializzati, tanto più è probabile che un aumento di p_2 faccia ridurre \bar{p}_m / \bar{p}_p e, quindi, peggiorare la ragione di scambio di tali paesi e viceversa.

Anche in questo modello, come in quello esposto nel paragrafo precedente, il livello di equilibrio del salario monetario è determinato da \bar{p}_p e da \bar{m} .

Non ci soffermiamo più a lungo sulla soluzione di equilibrio in quanto per essa valgono le stesse considerazioni fatte a proposito della soluzione di equilibrio del modello con P_p esogeno. Passiamo ora ad esaminare le condizioni di stabilità.

Analisi della stabilità

Supponiamo che si manifesti un incremento della domanda esogena. Ne segue immediatamente un incremento della produzione e degli investimenti accompagnati da un aumento dei

salari e, di conseguenza, del prezzo dei beni manufatti. Mentre W e P_m cominciano a rincorrersi l'un l'altro, anche P_p comincia ad aumentare per adeguarsi all'aumento della domanda e al peggioramento della ragione di scambio per i paesi produttori di petrolio, fornendo in tal modo un'ulteriore spinta verso l'alto a P_m . Gli aumenti stessi del prezzo dei beni manufatti tendono d'altra parte a ridimensionare il processo a spirale appena descritto in quanto influiscono negativamente, essendo c_2 positivo, (29) sulla domanda di beni manufatti per il consumo e, quindi, sull'offerta.

Condizioni sufficienti di stabilità del modello descritto sono le seguenti: (30)

$$3.14a \quad p_2 - a c_2 / (1-c_1) < 0$$

$$3.14b \quad 1 - c_1 + c_3 p_1 a > \frac{\gamma B v}{\gamma + B}$$

La condizione 3.14a si può interpretare facendo riferimento all'equazione 3.4; da questa si vede che una variazione di P_m ha due effetti contrapposti su P_p , uno diretto di segno positivo e uno indiretto di segno negativo tramite

(29) Non tratteremo il caso di c_2 negativo in quanto già ci siamo dilungati su di esso nel paragrafo precedente; anche in questo modello, infatti, c_2 negativo implica che il modello è instabile per comportamenti realistici degli agenti economici.

(30) Per un esame più particolareggiato delle condizioni di stabilità vedi appendice parte II.

l'influenza che P_m esercita su C_m e, quindi su S_m (31). La 3.14a richiede allora che l'effetto negativo domini l'effetto positivo, e quindi, che l'effetto netto di un aumento di P_m sia una riduzione di P_p .

La condizione 3.14b garantisce che il meccanismo di adeguamento dello stock di capitale sia stabile in quanto implica che le fuoriuscite dal circuito del reddito siano sufficientemente grandi, rispetto ai coefficienti di reazione B e γ , da riuscire a smorzare la spirale investimenti-domanda attesa-investimenti. Infatti il moltiplicatore del reddito si può ottenere sostituendo le equazioni 1.2, 1.6, 1.12 e 1.13 nella 1.1:

$$3.15 \quad S_m = \frac{1}{1 - c_1 + c_3 p_1 a} (K + \bar{C} - c_2 P_m) \cdot$$

Dalla 3.15 si vede che quando P_p è endogeno le fuoriuscite dal circuito del reddito sono due: la prima è dovuta al risparmio, la seconda è dovuta al fatto che un aumento di S_m fa ridurre C_m tramite l'aumento indotto del prezzo del petrolio; il termine $c_3 p_1 a$ rappresenta la quota di reddito che fuoriesce dal circuito a causa dell'aumento di P_p .

Ricordiamo che in questo modello, come in quello del paragrafo 2, le condizioni 3.14 sono solo sufficienti ma non necessarie perché nel sistema c'è un altro meccanismo stabilizzatore costituito dal settore prezzi - salari; in-

(31) Cioè $\partial P_p / \partial P_m = p_1 p_2 - p_1 a c_2 / (1 - c_1)$.

fatti l'aumento di prodotto fa aumentare il prezzo del bene manufatto e, quindi, diminuire la domanda aggregata, in quanto provoca un aumento di W e di P_p .

Facciamo notare che il meccanismo stabilizzatore appena ricordato è più potente quando si considera P_p endogeno poiché l'aumento della produzione fa aumentare ambedue le componenti dei costi variabili, cioè sia il costo del lavoro che quello delle materie prime;

Analogamente a quanto esposto nel paragrafo precedente abbiamo studiato un modello semplificato per cercare se esistono condizioni sotto le quali la convergenza all'equilibrio è di tipo oscillatorio. Il modello semplificato che si compone delle equazioni 1.1-1.2, 1.3', 1.4-1.13, cioè che include una funzione degli investimenti di tipo accelerativo, è stabile sotto opportune condizioni; l'andamento delle variabili è di tipo ciclico se: (32)

$$3.16 \quad \left\{ u + \left[\frac{(\gamma c_3 p_1 a + \gamma(1-c_1)) y g_1 - u \gamma^2 a^2 \pi^2 B v p_1 N}{g_1 z} \right]^2 + \right. \\ \left. + 2u\gamma \left\{ \frac{1 - c_1 + c_3 p_1 a}{z} - 2 \right\} \right\} < 0,$$

(32) Pur essendo possibile tramite le formule di risoluzione delle equazioni di terzo grado calcolare se le radici sono complesse, qui se ne prescinde data la scarsa informazione sul valore dei parametri. Cfr. Spiegel, M.R., 1974, Manuale di Matematica, Milano, Etas libri, par. 9 pag. 32.

dove:

$$u \equiv \frac{(1+\bar{m})g_1(c_2 + c_3p_1p_2)}{\pi N (\pi - (1+\bar{m})g_2) z} \quad z \equiv 1 - c_1 - \gamma Bv + c_3p_1a,$$

$$y \equiv \frac{\{\pi - (1+\bar{m})g_2\} z - (1+\bar{m})a\pi \{p_1p_2(1 - c_1 - \gamma Bv) - c_2p_1a\}}{\{\pi - (1+\bar{m})g_2\} z}$$

4. Un confronto

Al fine di meglio evidenziare le differenze e le somiglianze tra i due modelli è opportuno rappresentare ciascuno di essi mediante un diagramma a blocchi che mette in rilievo la struttura logica delle interrelazioni esistenti tra le varie parti dello schema teorico (33).

Le figure 1 e 2 rappresentano rispettivamente il diagramma a blocchi del modello con P_p esogeno e del modello con P_p con endogeno (34).

Per meglio comprendere la fig. 2, con riferimento alle variabili che influenzano il prezzo del petrolio, si tenga presente l'equazione 3.4 che scompone, appunto, i vari elementi che determinano P_p ed inoltre mostra come l'influenza di P_m su P_p sia di natura duplice: in parte diretta, dovuta all'effetto ragione di scambio, ed in parte inversa, tramite l'effetto che P_m ha su S_m . (35).

Ponendo a confronto le soluzioni particolari dei due modelli e cioè i valori di equilibrio di lungo periodo, si nota immediatamente che i livelli della produzione e del ca-

(33) Si segue qui la grafica suggerita da Fustin, A., 1953, *The mechanism of Economic Systems*, London, Heinemann, anzichè quella suggerita da Phillips A.W., 1954, *Stabilization Policy in a Closed Economy*, *Economic Journal*, pagg. 290-323.

(34) D'ora in avanti si farà sempre riferimento al caso di c_1 positivo.

(35) Il punto interrogativo nella fig. 2 va sostituito con il segno - se si vuole che il modello sia stabile.

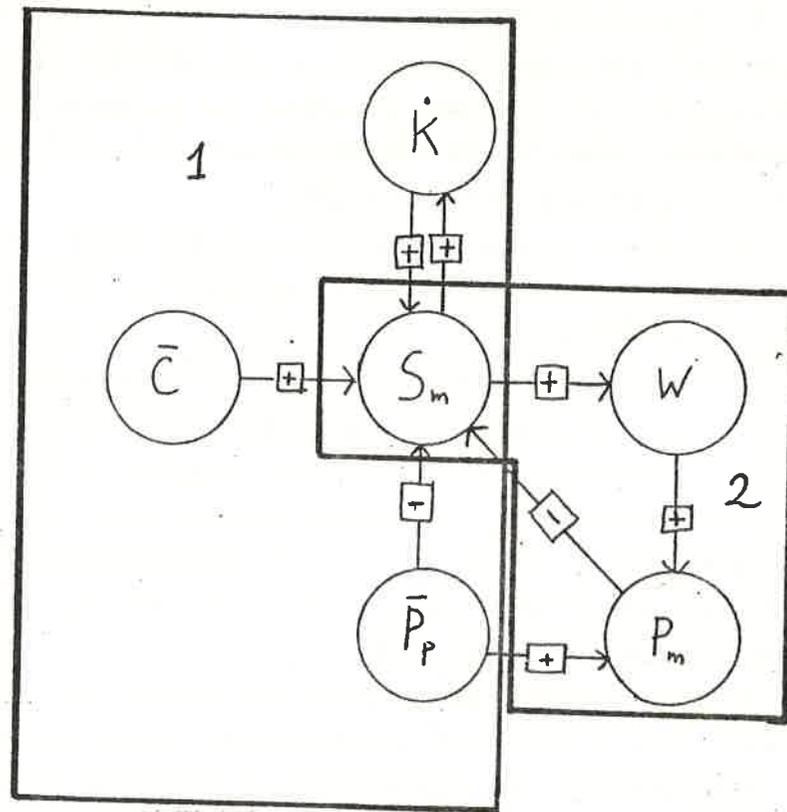


Fig.1

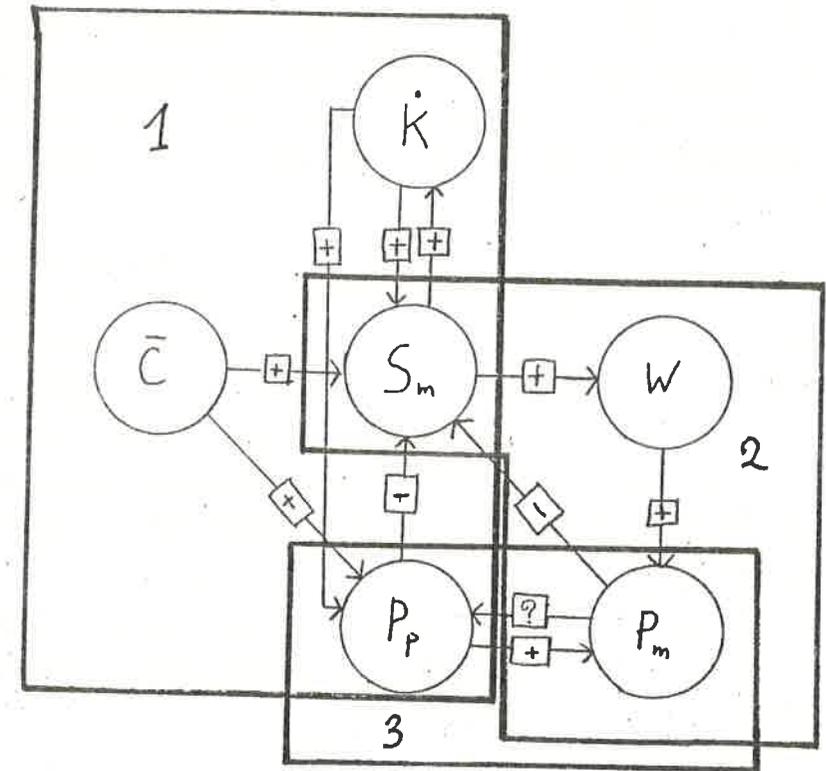


Fig.2

pitale sono identici nei due modelli e questo non è sorprendente essendo S_m^n determinato in funzione dei parametri della curva di Phillips e K^0 a sua volta da S_m^n .

Anche per P_m abbiamo la stessa espressione nei due modelli, ma mentre nel primo P_p era un valore arbitrario, nel

secondo, invece, P_p^o e P_m^o sono determinati simultaneamente, dati sempre S_m^n e le componenti esogene della domanda. Ciò risulta ovvio dal momento che abbiamo introdotto un meccanismo di retroazione che dal prezzo del bene manufatto va al prezzo del petrolio e, quindi, non tutti i valori di P_p sono egualmente possibili. In altre parole l'equilibrio racchiuso nel modello con P_p esogeno è un equilibrio parziale, valido nella misura in cui il meccanismo di retroazione non esiste o ha una velocità molto più lenta rispetto agli altri meccanismi incorporati nel modello. Comunque nel lungo periodo il meccanismo di retroazione non ha nessuna influenza sulle quantità d'equilibrio ma solo sui prezzi d'equilibrio.

In entrambi i modelli la distribuzione del reddito viene fissata dal margine m , una volta conosciuti i valori di P_m^o , P_p^o ed S_m^n .

Passiamo ora a sottolineare il ruolo strategico che ha p_2 sulla soluzione particolare. Consideriamo innanzitutto il caso in cui il secondo termine tra parentesi nelle equazioni 3.12 e 3.13 sia positivo, il che implica che:

$$g_o \pi N/g_1 > [1/(1-c_1+c_3p_1a)] (\bar{c}+c_3p_1p_2)$$

Questa condizione può essere sempre soddisfatta, almeno in linea di principio da un appropriato valore della spesa pubblica.

Come si vede dalle 3.12 e 3.13 un aumento di p_2 fa aumentare P_m^o e diminuire P_p^o ; pertanto nel lungo periodo il ten

tativo dei paesi produttori di petrolio di mantenere un elevato grado di indicizzazione, sintetizzato da un valore alto di p_2 , si risolve in un basso valore della ragione di scambio di tali paesi.

Il contrario succede, ovviamente, se, a causa di un alto livello della spesa pubblica e/o della domanda esogena e/o di p_p , è negativo il secondo termine delle 3.12 e 3.13. Infatti un alto valore di p_2 risulta pagante per i paesi produttori di petrolio in quanto P_p^o sale, P_m^o diminuisce e sono alti anche i ricavi ottenuti dalla vendita delle loro risorse. Abbiamo però visto che questa situazione è puramente virtuale in quanto in tal caso il modello è probabilmente instabile e, quindi, l'analisi di statica comparata perde di significatività.

Confrontiamo ora le condizioni di stabilità dei due modelli che servono appunto a dar vigore e sostanza alle posizioni di equilibrio di lungo periodo.

In entrambi i modelli esiste una condizione che riguarda il blocco 1 delle figg. 1 e 2; si vede subito che la condizione 3.14b del modello con P_p endogeno risulta più facilmente soddisfatta della 2.10 a parità di γ e B in quanto le fuoriuscite dal circuito moltiplicativo sono maggiori rispetto al modello con P_p esogeno a causa dell'influenza negativa che P_p esercita su S_m . In altre parole l'aggiustamento verso lo stock di capitale di equilibrio e il livello di lungo periodo della produzione può essere più rapido che nel modello con P_p esogeno.

Ma questa conclusione va precisata in quanto nel modello con P_p endogeno è presente un'ulteriore condizione sufficiente che riguarda il blocco 2 della figura 2. Il soddisfacimento della condizione 3.14a implica che p_2 sia piuttosto piccolo in valore assoluto.

In via accidentale si osservi come in entrambi i modelli il valore di g_2 sia influente sia sulle condizioni di stabilità che sulla soluzione di equilibrio; in particolare i modelli sono stabili anche se g_2 è uguale all'unità, cioè se la contrattazione avviene in termini di salari reali.

Il modello con P_p esogeno può essere interpretato come la rappresentazione di un sistema in cui i paesi produttori di petrolio fissano di volta in volta il prezzo del proprio prodotto in isolamento, senza tener conto degli effetti che il funzionamento del sistema economico dei paesi industrializzati ha infine sul prezzo stesso. Può così sembrare che non ci sia limite al potere di fissazione della propria ragione di scambio da parte dei paesi produttori.

Il modello con P_p endogeno mostra, invece, come, se i paesi produttori di petrolio cercano di fissare un p_2 sufficientemente alto da violare la condizione di stabilità 3.14a con la speranza di controllare meglio la propria ragione di scambio, essi finiscono per destabilizzare il sistema e per non raggiungere il loro obiettivo. Per i paesi produttori di petrolio l'opzione migliore sarebbe di fissare un valore alto per p_1 ed uno basso per p_2 : questo comportamento permetterebbe loro di raggiungere una posizione di equili-

brio caratterizzata da una ragione di scambio a loro favorevole e, poiché S_m^{on} è dato, da alti ricavi, senza contemporaneamente destabilizzare il sistema, purché ovviamente la spesa pubblica dei paesi industrializzati sia sufficientemente bassa.

Al contrario i paesi industrializzati sono di fronte ad una situazione così riassumibile: se mantengono basso il valore della spesa pubblica sono in balia dei paesi produttori di petrolio poiché, a seconda del valore di p_2 , ne potrebbe risultare una ragione di scambio a loro sfavorevole o una situazione instabile. Se, al contrario, tenendo un alto valore della spesa pubblica inducono i paesi produttori di petrolio a fissare un valore alto per p_2 , essi contribuiscono a rendere il sistema instabile.

Avendo completato l'esposizione ed il confronto dei due modelli nei prossimi due paragrafi esamineremo le conseguenze del rilassamento di alcune delle ipotesi precedentemente avanzate.

5. Effetti di un risparmio di energia

In questo paragrafo supponiamo che la domanda di petrolio per usi industriali sia funzione inversa del prezzo del petrolio, volendo in tal modo indicare che esiste una sia pur minima possibilità di risparmio nell'uso di tale materia prima a fronte di aumenti del suo prezzo.

Possiamo allora sostituire alla 1.12 la seguente:

$$1.12' \quad D_p = aS_m - fP_p \quad \text{dove } f > 0,$$

che, sostituita nella 1.13, ci dà:

$$5.1 \quad P_p = \left[\frac{p_1 a}{1+p_1 f} \right] S_m + \left[\frac{p_1 p_2}{1+p_1 f} \right] P_m - \frac{p_1 p_0}{1+p_1 f}$$

La funzione di offerta è ancora crescente all'aumentare del prezzo; in questo caso però i produttori di petrolio hanno un motivo in più per ridurre il prezzo quando la domanda cala in quanto quest'ultima è flessibile al prezzo.

A questo punto bisognerebbe tener conto della 1.12' nella equazione del prezzo 1.8, ma questo comporterebbe l'introduzione nel modello di una non linearità. Si può però argomentare lungo le seguenti linee: un aumento di S_m fa aumentare P_p e riduce il coefficiente di utilizzazione del petrolio nella produzione del bene manufatto. Pertanto la spesa unitaria per il petrolio può aumentare o diminuire: se, come è probabile, la riduzione del coefficiente è molto piccola,

la spesa unitaria aumenta meno rispetto alla situazione in cui non v'è risparmio di petrolio. In questo caso l'uso della 1.8 è approssimativamente corretto. Infatti quando S_m aumenta P_p aumenta di meno che nel caso in cui non vi è risparmio, come si può vedere dalla 5.1: quindi, pur restando il coefficiente fisico di utilizzazione costante (come nella 1.8 che non modifichiamo) la spesa unitaria per il petrolio è ora minore rispetto al caso di assenza di risparmio, rimanendo fermo il fatto che un aumento di P_p fa aumentare P_m .

Per quanto riguarda le condizioni di stabilità la 3.14a è immutata in quanto sia p_2 che p_1 risultano moltiplicati per la stessa espressione, mentre la condizione 3.14b diviene

$$1 - c_1 + c_3 p_1 a / (1 + p_1 f) > \frac{\gamma B v}{\gamma + \delta}$$

risultando quindi difficilmente soddisfatta. Infatti, a parità di diminuzione di S_m , P_p diminuisce di meno che nel caso in cui valga la 1.12 e, quindi, il conseguente aumento stabilizzante di S_m viene ridotto, con l'ulteriore conseguenza che anche l'effetto su P_m è ridotto.

In conclusione, e nei limiti di validità della nostra analisi, precedentemente sottolineati, si osserva come l'effetto di un risparmio di petrolio, comporti, in termini del nostro modello, una più debole tendenza alla stabilità.

6. Effetti di politiche di stabilizzazione

Esaminiamo il caso in cui la spesa pubblica anziché essere esogena, sia modificata dalle autorità economiche in funzione del raggiungimento di obiettivi di stabilizzazione interna.

Se nel breve periodo l'obiettivo da raggiungere è un livello desiderato di occupazione le autorità possono prendere come segnale di una necessità di intervento il livello del prodotto (36); in tal caso abbiamo la seguente equazione per G che va aggiunta al modello 1.1-1.13:

$$6.1 \quad G = -f_1 S_m \quad \text{dove } f_1 > 0.$$

Questo comportamento delle autorità rende più piccola la derivata parziale di C_m rispetto ad S_m , quindi si può assimilare ad un valore più basso di c_1 .

Alternativamente le autorità potrebbero decidere di intervenire in difesa dell'occupazione ancor prima che si manifesti una variazione del prodotto, per esempio potrebbero ritenere che un aumento di P_p porti nel futuro ad una riduzione della occupazione e, quindi, potrebbero agire per cercare di evitare tale eventualità; in tal caso si avrà al posto della 6.1:

(36) Questo tipo di intervento può essere visto come a favore dell'occupazione se S_m diminuisce e a favore della stabilità dei prezzi se S_m aumenta. Tale politica viene definita come politica proporzionale di stabilizzazione: cfr. Phillips, A.W., 1954, Stabilization Policy in a Closed Economy, Economic Journal, pag. 290-323.

$$6.1' \quad G = f_2 P_p \quad \text{dove } f_2 > 0.$$

Il comportamento rappresentato dalla 6.1' implica una riduzione in valore assoluto della derivata di C_m rispetto a P_p e si può, quindi, assimilare ad un valore più basso di c_3 .

Vediamo allora gli effetti delle possibili manovre di politica fiscale sul livello dei prezzi e sul livello della ragione di scambio dei paesi industrializzati analizzando le seguenti relazioni che si ricavano dalle 3.10 e 3.11:

$$6.2a \quad \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial c_1} = \left[1 / (c_2 + c_3 p_1 p_2) \right] \bar{S}_m^n$$

$$6.2b \quad \frac{\partial \bar{P}_p}{\partial c_1} = \left[p_1 p_2 / (c_2 + c_3 p_1 p_2) \right] \bar{S}_m^n$$

$$6.2c \quad \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial c_1} \geq \frac{\partial \bar{P}_p}{\partial c_1} \quad \text{se } 1 \geq p_1 p_2$$

e

$$6.3a \quad \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial c_3} = \left[1 / (c_2 + c_3 p_1 p_2)^2 \right] \left\{ p_0 p_1 c_2 - p_1 a c_2 \bar{S}_m^n + p_1 p_2 \left[(1 - c_1) \bar{S}_m^n - (D_m^f + c_0) \right] \right\}$$

$$6.3b \quad \frac{\partial \bar{P}_p}{\partial c_3} = \left[p_1 p_2 / (c_2 + c_3 p_1 p_2)^2 \right] \left\{ p_0 p_1 c_2 - p_1 a c_2 \bar{S}_m^n + p_1 p_2 \left[(1 - c_1) \bar{S}_m^n - (D_m^f + c_0) \right] \right\}$$

$$6.3c \quad \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial c_3} \geq \frac{\partial \bar{P}_p}{\partial c_3} \quad \text{se } 1 \geq p_1 p_2.$$

Dalle 6.2 si vede che una politica proporzionale di stabilizzazione dà luogo a più bassi livelli di equilibrio sia di P_m che di P_p ; però se $1/p_1 > p_2$ si avrà una riduzione maggiore di \dot{P}_m che di \dot{P}_p e quindi un peggioramento della ragione di scambio dei paesi industrializzati. Per quanto riguarda le condizioni di stabilità, la politica proporzionale di stabilizzazione rende più difficile che si verifichi la 3.14a, mentre l'opposto avviene per la 3.14b.

Invece una politica di stabilizzazione del reddito che prenda come segnale i movimenti del prezzo del petrolio, produce effetti sui prezzi di equilibrio il cui segno dipende dalla espressione in parentesi quadra: se quest'ultima è positiva si avranno sulla soluzione di equilibrio e sulla ragione di scambio effetti dello stesso segno che nel caso si usi una politica proporzionale di stabilizzazione; per quanto concerne le condizioni di stabilità la 3.14b resta invariata mentre è più difficile che sia verificata la 3.14a rispetto al caso di assenza di politiche di stabilizzazione.

Se invece l'espressione in parentesi è negativa la politica di stabilizzazione rappresentata dalla 6.1' fa aumentare il livello di \dot{P}_m e \dot{P}_p ma fa migliorare la ragione di scambio per i paesi industrializzati.

7. Conclusioni

Abbiamo presentato uno schema macrodinamico, valido per l'insieme dei paesi industrializzati, la cui caratteristica è quella di aver analizzato i principali fattori da cui dipende il prezzo del petrolio che, pertanto, diviene una variabile endogena al modello, dipendente dalle interrelazioni esistenti tra paesi industrializzati e paesi produttori di petrolio.

È stato dimostrato che, sotto opportune ipotesi estremamente plausibili dal punto di vista economico, il modello è stabile. I principali risultati ai quali siamo pervenuti possono essere così riassunti:

- 1) Il livello di equilibrio del prodotto e, quindi, dell'occupazione dei paesi industrializzati dipende dalla posizione e dalla inclinazione della curva di Phillips nonché dal livello della produttività del lavoro.
- 2) I livelli di equilibrio del prezzo dei beni manufatti e del prezzo del petrolio non possono che determinarsi simultaneamente a causa dell'interdipendenza che si stabilisce tra i due gruppi di paesi.
- 3) Nel lungo periodo, tuttavia, la ragione di scambio può essere controllata e volta a proprio favore dai paesi produttori di petrolio attraverso la fissazione del grado di indicizzazione del prezzo del petrolio rispetto al prezzo dei beni manufatti.
- 4) Dato il comportamento dei paesi produttori di petrolio,

i paesi industrializzati possono alterare a proprio favore la ragione di scambio tramite un alto livello della spesa pubblica; tuttavia è probabile che questo comportamento faccia mutare quello dei paesi produttori di petrolio di modo che il sistema risulti instabile.

- 5) I paesi industrializzati non hanno la possibilità di migliorare la propria ragione di scambio se manovrano la spesa pubblica in relazione all'andamento del prezzo del petrolio.
- 6) Non solo quelli qui ricordati ma tutti i risultati del modello sono indipendenti dal grado di indicizzazione dei salari monetari che può essere pari al 100%.

Riteniamo con questo lavoro di avere almeno in parte risposto alle domande che ci eravamo posti nell'introduzione. Rimane tuttavia un quesito in sospeso: quali sono le condizioni sotto le quali la convergenza verso l'equilibrio è di natura oscillatoria.

Appendice (37)

Parte I

Il sistema 2.1-2.3, trasformato in forma normale, si può riscrivere, in notazione matriciale:

$$A.1 \quad A\dot{x} + Bx = b$$

dove $\dot{x} \equiv \partial x / \partial t$,

$$A \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\pi - (1+\bar{m})g_2}{\pi} \end{bmatrix}$$

$$B \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma(1-c_1) - \gamma Bv}{1-c_1} & \frac{\gamma B}{1-c_1} & \frac{c_2 \gamma}{1-c_1} \\ Bv & -B & 0 \\ \frac{-(1+\bar{m})g_1 Bv}{\pi^2 N(1-c_1)} & \frac{(1+\bar{m})g_1 B}{\pi^2 N(1-c_1)} & \frac{(1+\bar{m})g_1 c_2}{\pi^2 N(1-c_1)} \end{bmatrix}$$

$$x \equiv \begin{bmatrix} S_m^n \\ K \\ P_m \end{bmatrix}$$

(37) L'appendice è basata su G. Gandolfo, 1980, *Economic Dynamics: Methods and Models*, Amsterdam, North Holland, parte II, cap. 6.

$$b = \begin{bmatrix} -\frac{\gamma c_3}{(1-c_1)} \bar{p} + \frac{\gamma}{(1-c_1)} \bar{c} \\ 0 \\ \frac{(1+\bar{m}) g_1}{\pi^2 N (1-c_1)} \bar{c} - \frac{(1+\bar{m}) g_1 c_3}{\pi^2 N (1-c_1)} \bar{p} - \frac{g_0 (1+\bar{m})}{\pi} \end{bmatrix}$$

La soluzione particolare del sistema A.1 si trova con il metodo dei coefficienti indeterminati; poichè il vettore dei termini noti b contiene solo costanti e poichè la matrice B è non singolare, la soluzione particolare ci è data dal vettore

$$\overset{\circ}{x} = \begin{bmatrix} \overset{\circ}{S}_m^n & \overset{\circ}{K} & \overset{\circ}{P}_m \end{bmatrix} \text{ tale che:}$$

$$A.2 \quad \overset{\circ}{x} = B^{-1} b.$$

L'equazione caratteristica del sistema A.1 è data da:

$$A.3 \quad |A\lambda + B| = 0.$$

Per rendere più agevole lo studio delle condizioni di stabilità l'equazione caratteristica si può riscrivere nella forma seguente:

$$A.4 \quad a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0 \quad \text{dove } a_0 > 0.$$

Poichè la 1.4 è un polinomio a coefficienti reali le condizioni di Routh-Hurwitz ci danno un insieme di condizioni necessarie e sufficienti affinché le radici dell'equazione A.4 abbiano parte reale negativa e, quindi, affinché il sistema A.1 sia stabile; tali condizioni si possono esprimere, in termini dei coefficienti del nostro modello nel modo seguente:

$$a_2 = \frac{B\gamma \{ \pi - (1+\bar{m})g_2 \} \pi N(1-c_1) + (B+\gamma)(1+\bar{m})g_1 c_2}{\pi^2 N (1-c_1)} > 0$$

$$a_3 = \frac{B\gamma (1+\bar{m}) g_1 c_2}{\pi^2 N (1-c_1)} > 0$$

$$A.5 \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 = \frac{\{ \pi - (1+\bar{m})g_2 \} B\gamma \{ (\gamma+B)(1-c_1) - \gamma Bv \} \pi^2 N^2 (1-c_1)}{\pi^4 N^2 (1-c_1)^2}$$

$$+ \frac{\{ [\pi - (1+\bar{m})g_2] \{ (\gamma+B)(1-c_1) - \gamma Bv \} \pi N + (1+\bar{m})g_1 c_2 \}}{\pi^4 N^2 (1-c_1)^2}$$

$$\cdot (1+\bar{m}) (B+\gamma) g_1 c_2 > 0 .$$

Condizioni sufficienti affinché le disuguaglianze A.5 siano verificate sono:

$$A.6 \left\{ \begin{array}{l} c_2 > 0 \\ B > 0 \\ \gamma > 0 \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \end{array} \right.$$

oppure:

$$A.7 \left\{ \begin{array}{l} c_2 < 0 \\ \gamma < 0 \\ B > 0 \\ B < -\gamma \\ (B+\gamma) (1+\bar{m}) g_1 c_2 > -B\gamma \{ \pi - (1+\bar{m}) g_2 \} - \pi N (1-c_1) \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \end{array} \right.$$

Parte II

Il sistema 3.1-3.4 si può scrivere:

$$A.8 \quad C\dot{x} + Dx = g$$

dove

$$C \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{(1+\bar{m}) a p_1 B v}{\Phi} & \frac{(1+\bar{m}) a^2 p_1 B}{\Phi} & \frac{\pi - (1+\bar{m}) g_2}{\pi} & \frac{(1+\bar{m}) a \Delta}{\Phi} \end{bmatrix}$$

$$D \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma \Phi - \gamma B v}{\Phi} & \frac{B \gamma}{\Phi} & \frac{\gamma (c_3 p_1 p_2 + c_2)}{\Phi} \\ B v & -B & 0 \\ -\frac{\Gamma B v (1-c_1)}{\Phi} & \frac{B \Gamma (1-c_1)}{\Phi} & \frac{\Gamma (1-c_1) (c_2 + c_3 p_1 p_2)}{\Phi} \end{bmatrix}$$

$$x \equiv \begin{bmatrix} S_m^N & K & P_m \end{bmatrix}$$

$$g \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma \Phi - \gamma c_3 p_1 a}{1-c_1} \bar{c} + \frac{\gamma c_3 p_1 p_0}{\Phi} \\ 0 \\ -\Gamma \left(1 - \frac{c_3 p_1 a}{\Phi} \right) \bar{c} - \frac{(1+\bar{m}) a^2 p_1}{\Phi} (\dot{D}_m^F + \dot{G}) + \frac{(1+\bar{m}) g_0}{\pi} + \frac{(1+\bar{m}) \pi_1 c_3 p_1 p_0}{\pi^2 N \Phi} \end{bmatrix}$$

$$\Phi \equiv 1 - c_1 + c_3 p_1 a$$

$$\Delta \equiv p_1 p_2 (1 - c_1) - c_2 p_1 a$$

$$\Gamma \equiv (1 + \bar{m}) g_1 / \pi^2 N (1 - c_1)$$

La soluzione particolare del sistema A.8 si trova con il metodo dei coefficienti indeterminati. Assumiamo che $\dot{D}_m^f + \dot{G} = 0$. Poichè la matrice D è non singolare la soluzione particolare ci è data dal vettore

$$A.9 \quad \dot{x} = D^{-1} g.$$

la soluzione di equilibrio per P_p è ricavata sostituendo la A.9 nella equazione 3.4.

L'equazione caratteristica del sistema A.8 è:

$$A.10 \quad |C\lambda + D| = 0,$$

che si può riscrivere come:

$$A.11 \quad b_0 \lambda^3 + b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3 = 0$$

Condizioni necessarie e sufficienti affinché le radici della A.11 abbiano parte reale negativa sono le seguenti:

$$b_0 = \left\{ \pi - (1 + \bar{m}) g_2 \right\} / \pi + (1 + \bar{m}) a \Delta / \Phi > 0$$

$$b_2 = \Gamma(1 - c_1)(c_2 + c_3 p_1 p_2)(\gamma + B) / \Phi + \gamma B \left\{ \pi - (1 + \bar{m}) g_2 \right\} / \pi - \gamma B (1 + \bar{m}) a \Delta / \Phi > 0$$

A.12

$$b_3 = B \Gamma (1 - c_1)(c_2 + c_3 p_1 p_2) / \Phi > 0$$

$$b_1 b_2 - b_0 b_3 = \Gamma^2 (1 - c_1)^2 (c_2 + c_3 p_1 p_2)^2 \pi (\gamma + B) / \Phi^2 + \\ + (1 / \pi^2 \Phi^3) \left\{ \left[\left(\pi - (1 + \bar{m}) g_2 \right) \Phi - (1 + \bar{m}) a \Delta \pi \right] (\gamma \Phi - \gamma B v + B \Phi) + \right. \\ \left. + \gamma (c_2 + c_3 p_1 p_2) (1 + \bar{m}) a^2 p_1 B v \pi \right\} \left\{ \gamma B \left[\pi - (1 + \bar{m}) g_2 \right] \Phi - \pi \gamma B (1 + \bar{m}) a \Delta + \right. \\ \left. + \Gamma (1 - c_1) (c_2 + c_3 p_1 p_2) (\gamma + B) \right\} > 0.$$

Condizioni sufficienti affinché le disuguaglianze A.12 siano verificate sono:

$$A.13 \quad \left\{ \begin{array}{l} c_2 > 0 \\ \gamma > 0 \\ B > 0 \\ p_2 - a c_2 / (1 - c_1) < 0 \\ 1 - c_1 + c_3 p_1 a > \frac{\gamma B v}{\gamma + B} \end{array} \right.$$

BIBLIOGRAFIA

FRIEDMAN, B.M.

- (1979) Optimal Expectations and the Extreme Information Assumptions of Rational Expectations Manomodels, *Journal of Monetary Economics*.

GANDOLFO, G.

- (1980) *Economic Dynamics: Methods and Models*, Amsterdam, North Holland.

GOODWIN, R.M.

- (1946) Innovations and the Irregularity of Economic Cycles, *Review of Economics and Statistics*.

- (1948) Secular and Cyclical Aspects of the Multiplier and the Accelerator. In Metzler, C.H., ed., *Income, Employment and Public Policy (Essays in Honour of A.H. Hansen)*, New York, W.W. Norton.

KALECKI, M.

- (1966) Outline of a Theory of the Business Cycle (pubblicato per la prima volta nel 1933). In Kalecki, M., *Studies in the Theory of the Business Cycles*, Oxford, B. Blackwell.

LIPSEY, R.L.

- (1960) The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates: a Further Analysis, *Economica*.

MATTHEWS, R.C.D.

- (1959) *The Trade Cycle*, Cambridge, Cambridge University Press.

MORGENSTERN, O.

- (1969) Previsione perfetta ed equilibrio economico, (pubblicato per la prima volta nel 1935). In Morgenstern, O. *Teoria dei giochi*, Torino, P. Boringhieri.

PHILLIPS, A.W.,

- (1954) Stabilization Policy in a Closed Economy, *Economic Journal*.

- (1958) The Relation Between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom 1861-1957, *Economica*.

RONCAGLIA, A.

- (1983) *L'economia del petrolio*, Bari, Laterza.

SPIEGEL, M.R.

- (1974) *Manuale di Matematica*, Milano, Etas Libri.

SYLOS LABINI, P.

- (1967) *Oligopolio e progresso tecnico*, (prima edizione 1956), Torino, G. Einaudi.

TUSTIN, A.

- (1953) *The Mechanism of Economic Systems*, London, Heinemann.

VERCELLI, A.

(1982) Is Instability Enough to Discredit a Model?,
Economic Notes, n. 3.

ELENCO DEI QUADERNI PUBBLICATI

- N. 1. MASSIMO DI MATTEO
Alcune considerazioni sui concetti di lavoro produttivo e improduttivo.
- N. 2. MARIA L. RUIZ
Mercati oligopolistici e scambi internazionali di manufatti. Alcune ipotesi e un'applicazione all'Italia.
- N. 3. DOMENICO MARIO NUTI
Le contraddizioni delle economie socialiste: una interpretazione marxista.
- N. 4. ALESSANDRO VERCELLI
Equilibrio e dinamica del sistema economico-semanticamente dei linguaggi formalizzati e modello keynesiano.
- N. 5. A. RONCAGLIA-M. TONVERONACHI
Monetaristi e neokeynesiani: due scuole o una?
- N. 6. NERI SALVADORI
Mutamento dei metodi di produzione e produzione congiunta.
- N. 7. GIUSEPPE DELLA TORRE
La struttura del sistema finanziario italiano: considerazioni in margine ad un'indagine sull'evoluzione quantitativa nel dopoguerra (1948-1978).

N. 8. AGOSTINO D'ERCOLE

Ruolo della moneta ed impostazione antiquantitativa in Marx: una nota.

N. 9. GIULIO CIFARELLI

The Natural Rate of Unemployment with Rational Expectations Hypothesis. Some Problems of Estimation.

N. 10. SILVANO VICARELLI

Note su ammortamenti, rimpiazzi e tasso di crescita.

N. 11. SANDRO GRONCHI

A Meaningful Sufficient Condition for the Uniqueness of the Internal Rate of Return.

N. 12. FABIO PETRI

Some Implications of Money Creation in a Growing Economy.

N. 13. RUGGERO PALADINI

Da Cournot all'oligopolio: aspetti dei processi concorrenziali.

N. 14. SANDRO GRONCHI

A Generalized Internal Rate of Return Depending on the Cost of Capital.

N. 15. FABIO PETRI

The Patinkin Controversy Revisited.

N. 16. MARINELLA TERRASI BALESTRIERI

La dinamica della localizzazione industriale: Aspetti teorici e analisi empirica.

N. 17. FABIO PETRI

The Connection between Say's Law and the Theory of the Rate of Interest in Ricardo.

N. 18. GIULIO CIFARELLI

Inflation and Output in Italy: a Rational Expectations Interpretation.

N. 19. MASSIMO DI MATTEO

ERRATA CORRIGE DEL QUADERNO N. 20

p.10 nota 7	$c_2 < 0$	$c_2 > 0$
p.10 nota 8	$c_2 = 0$	$c_2 > 0$
p.21 for.2.9	$+(1+m)g_1^2 c_2^2 (B+\gamma)$	$+(1+m)^2 g_1^2 c_2^2 (B+\gamma)$
p.27 for.3.7	\dot{p}_p	\dot{p}_m
p.27 for.3.10	$\dot{p}_m = -1/(c_2 + p_1 p_2 c_3)$	$\dot{p}_m = [-1/(c_2 + p_1 p_2 c_3)]$
	$(1 - c_1 + c_3 p_1 a) S_m^n - \bar{c} - c_3 p_1 p_o$	$[(1 - c_1 + c_3 p_1 a) S_m^n - \bar{c} - c_3 p_1 p_o]$
p.27 for.3.11	$\dot{p}_p = 1/(c_2 + p_1 p_2 c_3)$	$\dot{p}_p = [1/(c_2 + p_1 p_2 c_3)]$
	$c_2 p_1 a S_m^n - c_2 p_1 p_o - p_1 p_2 (1 - c_1) S_m^n - \bar{c}$	$\{c_2 p_1 a S_m^n - c_2 p_1 p_o - p_1 p_2 [(1 - c_1) S_m^n - \bar{c}]\}$
p.31 riga 10	semplificato	semplificato (32)
p.31 riga 16	se: (32)	se:
p.31 nota 32	Pur essendo	Nel modello completo pur essendo
p.33 nota 34	c	c_2
p.37 riga 7	p	p_o
p.44 riga 12	quadra:	graffa:
p.46 riga 6	non hanno	hanno
p.52 riga 17	$[\pi - (1+m)g_2]/\pi +$ $+(1+m)aA/\phi > 0$	$[\pi - (1+m)g_2]/\pi -$ $-(1+m)aA/\phi > 0$
p.53 riga 4	$(\gamma+B)$	$(\gamma+B)\pi$