quaderni dell' istituto di economia

n. 24

Bruno Miconi

Potere prezzi e distribuzione in economie mercantili caratterizzate da diverse relazioni sociali

Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie
Università degli Studi di Siena

Pubblicazione dell'Istituto di Economia
Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie
Università degli Studi di Siena

Bruno Miconi

Potere prezzi e distribuzione in economie mercantili caratterizzate da diverse relazioni sociali

1984, Febbraio
Stamperia della Facoltá

Il Professor Bruno Miconi

insegna Istituzioni di Economia Politica I e

Economia Politica I

presso l'Istituto di Economia

della Facolta' di Scienze Economiche e Bancarie

dell'Universita' di Siena

Introduzione. Contenuto dell'articolo.*

Nel presente lavoro, i possibili sistemi di prezzi e distribuzione, la cui esistenza è stata dimostrata nella teoria economica, sono considerati essi stessi oggetto di scelta da parte di una collettività, in un gioco cooperativo ad n persone. Si mostrano così, rispettivamente per un sistema di prezzi di (dis)equilibrio, cioè prezzi di equilibrio economico intertemporale generale walrasiano e non-walrasiano, e per un sistema di prezzi di produzione, gli effetti che diverse relazioni (di proprietà dei mezzi) di produzione possibili per una collettività hanno sulle soluzioni del gioco. L'Appendice tratta matematicamente l'esistenza di una funzione di utilità continua a tratti, necessaria alla presente analisi, data l'ipotesi iniziale di possibile non-sopravvivenza degli individui costituenti la collettività, e varie sue applicazioni ai problemi affrontati nel presente articolo.

(*)Parte del presente articolo è stato oggetto di un seminario tenuto presso l'Istituto di Economia, Facoltà di Scienze Economiche e Bancarie, Università di Siena. Esprimendo la mia gratitudine ai partecipanti, desidero qui ricordare i proff. Alessandro Cigno e Massimo Di Matteo per gli utili commenti datimi anche in altra sede. Un ringraziamento particolare va poi al dott. Pier Mario Pacini per la sua preziosa collaborazione consistente non solo nell'Appendice Matematica qui riportata, ma anche in assai utili commenti su tutto il testo. Tutti gli eventuali errori ancora presenti ricadono, infine, unicamente sotto la mia responsabilità.

I) La collettività e le sue risorse

Sia data una collettività, formata da n persone, con una distribuzione iniziale di risorse positive data $\bar{\omega}=\sum_i \bar{\omega}_i$ $i = 1,\dots,n$.

In simboli indicheremo con

$b \in B$ i vettori minimi non-negativi e finiti di sussistenza, supposta uguale per tutti gli i, per ogni singolo periodo di tempo, per i periodi di tempo a cui siamo interessati (che supponiamo finiti). B è il loro insieme non vuoto.

$a \in A$ i vettori non-negativi, superiori alla sussistenza, e finiti, per almeno un periodo di tempo, per tutti i periodi di tempo a cui siamo interessati ($a \geqslant$ almeno un $b|$ almeno un t). A è il loro insieme non vuoto.

Y è l'insieme di produzione con le caratteristiche usuali, y_0 l'input di lavoro, comune a tutti i partecipanti alla collettività, max y_0 il massimo numero di ore di lavoro, eguale, per ipotesi, per tutte le persone, compatibile con i vettori minimi di sussistenza per ogni periodo di tempo, per tutti i periodi di tempo a cui siamo interessati. Supponiamo, inoltre, che i beni di consumo compresi nelle risorse abbiano una durata fisica minore del periodo di tempo da noi prescelto come unitario.

La quantità e la distribuzione (iniziali) delle risorse e le caratteristiche della produzione che consideriamo sono le seguenti:

i) $b \in Y_i$ se $\omega_i = \frac{\bar{\omega}}{n}$ con $\max y_{oi} \geq y_{oi} > 0$ per tutti gli i, tutti i t.

ii) $a \in Y_i$ se $\omega_i = \frac{\bar{\omega}}{n}$ con $\max y_{oi} \geq y_{oi} > 0$, per almeno un i, almeno un t.

iii) $a,b \notin Y_i$ se $\omega_i = \frac{\bar{\omega}}{n}$ con $y_{oi} = 0$, per tutti gli i, tutti i t.

iv) $b \notin Y_i$ per tutti gli i, tutti i t, con $\bar{\omega}_i \geqslant 0$; $y_{oi} = \max y_{oi}$.

Le scritte sopra esposte indicano come la dotazione delle risorse e la tecnologia assunta sono tali che se ogni persona della collettività lavora un numero di ore eguale al massimo di ore consentito, da ragioni fisiologiche, dati i minimi di sussistenza, per tutti i periodi di tempo a cui siamo interessati, perseguendo tale attività con una parte delle risorse iniziali eguale alla quantità di risorse iniziali divisa per il numero delle persone, è possibile per ognuna di esse produrre almeno un vettore minimo di sussistenza per quei periodi di tempo e per almeno una di esse è possibile produrre un vettore finito superiore a quello minimo di sussistenza (scritta i e ii). Viceversa, tale risultato non è raggiungibile per alcuno, se nessuno lavora (iii). Infine le distribuzioni delle risorse iniziali sono tali che se ogni persona lavora con i mezzi di produzione a sua disposizione, nessuno può sopravvivere, neanche per un solo periodo di tempo (iv).

II) Le coalizioni e l'economia

Definiamo ora un insieme di persone, i, $1 \leqslant i \leqslant n$, che si accordano sulle attività di scambio tra di loro delle loro risorse e/o delle loro produzioni come coalizione S. Indichiamo come cardinalità di una coalizione il numero delle persone i che fanno parte della coalizione in questione.

Un'economia è un insieme di persone che scambiano, producono e sopravvivono. Date le caratteristiche viste sotto I, se un'economia esiste, essa sarà sempre formata da una coalizione di cardinalità maggiore di uno. Definiamo coalizione finale la coalizione di più grande cardinalità che compie scambi al suo interno. Se una economia esiste, esistono allora scambi positivi all'interno della coalizione finale che la forma. Ogni coalizione finale può essere considerata come formata da tutte le sottocoalizioni possibili di cardinalità minore a quella della coalizione finale.

III) Relazioni di produzione capitalistiche e non-capitalistiche

Consideriamo ora due diverse distribuzioni delle risorse iniziali, entrambe rientranti nell'ambito delle assunzioni del § I, che definiscono i diversi rapporti di produzione, cioè le diverse relazioni sociali tra i membri della collettività.

Definiamo relazioni di produzione capitalistiche quel-

le per le quali, in presenza di una economia di mercato (vedi § V) se si prendono tutte le coalizioni minime S_i capaci di sopravvivere, in ordine di cardinalità crescente, escludendo le persone già considerate come parti di una di queste coalizioni, e si prende la loro unione, si ha che

$$b \in Y_{U_i S_i} \Rightarrow b \notin Y_{\widetilde{U_i S_i}} \qquad \text{ovvero} \quad \# N > \# U_i S_i$$

dove $\widetilde{U_i S_i}$ indica la coalizione esterna a quella data dalla unione delle S_i. Naturalmente altre coalizioni, non minime, tra le varie persone dell'economia hanno, secondo quanto visto nel § I, la possibilità di raggiungere almeno la sopravvivenza. (Ad esempio, se nella nostra economia vi sono 10 persone, vi possono essere due coalizioni minime di due persone ciascuna, ed una coalizioni di quattro persone, formate tutte da persone diverse, che possono sopravvivere. Avendo diviso in tal modo la nostra collettività, le restanti due persone non possono sopravvivere. Questa situazione non cambia, ovviamente, se queste due persone o qualsiasi altre possono prendere il posto di altre, purché le coalizioni formate in seguito a tali cambiamenti abbiano le stesse caratteristiche in merito alle loro cardinalità ed al raggiungimento o meno della sopravvivenza. Naturalmente altre coalizioni, non minime, di queste persone, ad esempio quella di tutte e dieci, hanno, secondo quanto visto nel § I, la possibilità di raggiungere la sopravvivenza).

Definiamo relazioni di produzione non-capitalistiche, in presenza di una economia di mercato (vedi § V), quelle nelle quali ciò non si verifica, cioè: se si prendono tutte le coalizioni minime S_i capaci di sopravvivere in ordine di cardinalità crescente, escludendo le persone già parte di una di queste coalizioni, si ha

$$\# N = \# U_i S_i$$

Inoltre, in questa economia non deve essere possibile, per nessuna di queste coalizioni minime, formare una nuova coalizione (non-minima) disarticolando una qualsiasi altra coalizione minima, in modo tale da ottenere da quest'ultima una coalizioni capace di non sopravvivere, senza che questa ultima non possa, a sua volta, ricostituire la situazione precedente con una nuova offerta di cooperazione ad almeno uno degli appartenenti alla coalizione non-minima così formata.

IV) La funzione di utilità. I confronti interpersonali

Poiché, abbiamo visto, nel nostro sistema vi è la possibilità di situazioni di non-sopravvivenza per ciascuno dei suoi partecipanti, quando noi, nei vari paragrafi, esclusi quelli tra il X e il XIV, introduciamo per ogni singolo i le funzioni di utilità, esse (e le sottostanti relazioni di preferenza $\gtrsim_i$) presenteranno un punto di discontinuità al passaggio dei vettori di beni di non-sopravvivenza a quel vettore di sopravvivenza, min b, meno preferito tra tutti

i vettori $b \in B$.

Ad ogni i, dunque, sarà attribuita una funzione di utilità U_i continua e monotona crescente a destra del punto $u_i(\min b)$, $\min b \lesssim_i b$, $b \in B$, discontinua in tal punto e costante alla sua sinistra.

Dal § V al IX, noi assumiamo, inoltre, che tale funzione sia unica a meno di trasformazioni lineari della stessa. Questa assunzione implica che noi usiamo funzioni di utilità cardinali, dove dunque esiste una misurazione dell'utilità implicante il concetto di distanza, piuttosto che funzioni ordinali di utilità dove noi soltanto paragoniamo tra loro le utilità, senza poter esprimere il giudizio di quanto una situazione è preferita ad un'altra. In verità, la nostra assunzione non sembra molto più forte della prima, dal momento che il passaggio dal paragonare diverse situazioni per tutte le situazioni possibili a misurare la distanza tra due coppie qualsiasi di esse, non sembra che concettualmente implichi operazioni mentali che le persone non svolgono, al contrario del semplice ordinare le situazioni stesse (e che esse anzi svolgono sicuramente, data una serie di non meno ragionevoli assunti di quelli necessari alla esistenza di funzioni di utilità ordinali, ogni volta che esse agiscono in situazioni di incertezza (1)).

(1) Vedi ad es. Harsanyi §§ 3.4, 3.5.
L'ipotesi di funzioni cardinali di utilità è necessaria ogni volta che -oltre alla costatazione, piuttosto ovvia, dell'esistenza di alcuni vantaggi, se un'economia viene formata, e sul modo efficiente sul modo in cui ciò può accadere, attraverso un sistema di prezzi di equilibrio, vigente un sistema di mercato- si analizzi un problema come quello qui

La conseguenza che tale ipotesi, unita a quella di una sostanziale uguaglianza degli uomini, causata da (e causa di) una situazione di mercato, ha, quella di paragoni interpersonali di diverse persone, ai fini della situazione presa in esame (2), tradizionalmente è stata male accolta dalla teoria economica, quando essa è stata espressa in termini di utilità (3). E tuttavia bisogna aggiungere che non sembra che nei casi di assunzioni di utilità non cardinali, o addirittura in mancanza di qualsiasi uso dell'utilità nell'analisi, la teoria economica rifugga da paragoni interpersonali, derivanti dalla supposta uguaglianza tra gli uomini sul (e a causa del) mercato. Tali paragoni, infatti, sono concettualmente implicati in casi più vasti di quelli relativi a misure di utilità cardinali. Infatti, ad es., tutta la letteratura sulle scelte sociali (ad es., sulla costruzione della funzione del benessere sociale) assume peso 1 per tutte le persone che contribuiscono alla costruzione di tali scelte, pur attribuendo ad ogni singola persona funzioni ordinali di utilità, ed implica perciò, in senso lato, confronti interpersonali.

Nei §§ X-XIV, vedremo, in un ambito diverso a proposi-

...(1) preso in esame della distribuzione tra le persone dei vantaggi dovuti alla cooperazione, misurati in utilità (§§ V-VI-VII-VIII-IX). Vedi Shapley.

(2) Vedi Harsanyi, pag. 194.

(3) Nella pagina richiamata alla nota precedente, Harsanyi argomenta come questi confronti interpersonali siano diversi da quelli implicati da un approccio "etico" all'economia, che sono i soli, per tale Autore, che la teoria economica può non accettare.

to dei prezzi regolanti una economia mercantile, la soluzione del problema della distribuzione dei vantaggi derivanti dalla cooperazione all'interno della coalizione finale che forma un'economia, ricorrendo a confronti interpersonali come quelli presenti nella letteratura sulle scelte sociali (cioè egual peso per tutti i partecipanti), al di fuori dell'uso delle utilità cardinali.

V) Il mercato ed i sistemi di prezzi di (dis)equilibrio e di produzione

Assumiamo ora che la rete connettiva di scambi della coalizione finale - formata dall'unione di almeno due sotto-coalizioni- della nostra collettività sia data da un sistema di mercato. Questo è dato, per una collettività, da un sistema comune di prezzi e di eventuali schemi di razionamento tali per cui è impossibile ottenere, attraverso una serie di scambi a quei prezzi e sotto quegli schemi di razionamento, una quantità maggiore di una data merce di quella da cui si era iniziato lo scambio (4).

(4) La situazione appena descritta non esclude che in una economia formata da più di due persone, con un sistema di prezzi ed eventuali schemi di razionamento connessi, vi possano essere scambi privati, personali che fissano altri rapporti di scambio ed altri schemi di razionamento per persone appartenenti ad una certa (sotto)coalizione. Deve tuttavia sempre essere valido, in generale, un sistema di prezzi ed eventuali schemi di razionamento, per dire così, pubblico ed impersonale, che risponde alle regole appena viste e che connette, in generale, l'economia.

I prezzi che noi considereremo in questo lavoro sono dal § VI al § IX i prezzi di (dis)equilibrio e dal § X al § XIV i prezzi di produzione (si ricordi che nel sistema dei prezzi di (dis)equilibrio la stessa merce disponibile in due periodi diversi, viene definita come diverse merci).

I sistemi dei prezzi di (dis)equilibrio che da ora fino al § IX noi consideriamo, sono il sistema dei prezzi (p) di equilibrio economico generale intertemporale walrasiano (EEG) e quello dei prezzi p e schemi di razionamento (z) di (dis)equilibrio economico generale intertemporale non-walrasiano (EEGNW).

Deve subito notarsi come, data la nostra ipotesi di funzione di utilità continua a tratti, non può affermarsi in genere l'esistenza di un EEG per la nostra economia (5), mentre invece esistono sicuramente per essa diversi EEGNW,

(5) Tutte le prove di esistenza dell'EEG usano tale proprietà. Se questa non è valida può verificarsi, espressa in termini di semplici funzioni di domanda e offerta, una situazione del tipo come, ad es., in figura qui sotto, da parte dell'offerta di lavoro dei lavoratori salariati per

un salario rispettivamente minore o maggiore / uguale al salario minimo di sussistenza; e quindi, per una corrispondente curva di domanda del tipo di quella in figura, una posizione di EEG può non esistere.

almeno uno per ciascun possibile sistema di prezzi $\bar{p}_j$, $j = 1,..,n$ (6).

VI) Prezzi di (dis)equilibrio; il problema

Data la distribuzione iniziale delle risorse ipotizzata, sotto l'usuale ipotesi di massimizzazione dell'utilità, i membri della nostra collettività dovranno partecipare, ai fini del raggiungimento di un valore dell'utilità maggiore di quello iniziale, ad attività di scambio (e produzione) nelle diverse (sotto)coalizioni possibili e nella coalizione finale che definisce un'economia mercantile connessa da un sistema di prezzi di (dis)equilibrio e di eventuali schemi di razionamento. La scelta di formazione di un'economia collima allora, per i membri della nostra collettività, con la scelta di quale sistema di prezzi e di eventuali schemi di razionamento deve regolare l'economia stessa. (Naturalmente è possibile che non tutti i membri della collettività facciano parte dell'economia).

Si noti ora che, per ogni i, ogni sistema di prezzi di (dis)equilibrio (p) e di eventuali schemi di razionamento di un'economia, (z), date le sue risorse iniziali (e quelle che ad i possono essere date dalla sottocoalizione di cui egli può far parte e che dipendono comunque dalle sue risorse iniziali) e le sue preferenze implica un certo valore

(6) Vedi Pacini ed Appendice B.

u_i della sua funzione di utilità, cioè alcuni valori $u_i(\omega_i, c(p,z))$, dove c indica il consumo possibile ai vari prezzi di (dis)equilibrio ed eventuali schemi di razionamento, che chiamiamo pay-offs, liquidazioni, risultati della formazione dell'economia a quel sistema di prezzi e di eventuali schemi di razionamento.

L'insieme di tutti i possibili pay-offs per tutti gli i appartenenti alla collettività per tutti i sistemi di prezzi ed eventuali schemi di razionamento è l'insieme su cui deve esercitarsi la scelta.

Tale insieme, ovviamente non-vuoto, diventa rilevante ogni qual volta la formazione di una economia di mercato migliorerà la situazione di almeno alcune delle sottocoalizioni che la formano, senza peggiorare l'utilità di una delle altre che possono o meno parteciparvi. Ciò accadrà sicuramente in una economia capitalistica per la coalizione $U_i \tilde{S}_i$.

Per un'economia non-capitalistica ciò accadrà se le persone appartenenti alla coalizione (alle coalizioni) capace (capaci) di raggiungere la sopravvivenza producono beni diversi cosicchè, sotto le usuali assunzioni sulle preferenze per cui i diversi beni offrono utilità marginali decrescenti, vi saranno scambi tra le persone delle coalizioni in questione (un'ipotesi questa che assumiamo per tutti i casi di economia non-capitalistica di cui trattiamo nel presente articolo).

Consideriamo ora le combinazioni probabilistiche, scelte di comune accordo tra tutti i partecipanti all'economia, tra tutti i punti dell'insieme, rilevante, di tutti i possibili pay-offs.

Il nostro insieme è allora non vuoto. Esso può essere preso convesso, considerando il suo più piccolo rivestimento convesso.

Esso è anche limitato. Possiamo considerare il limite inferiore di tale insieme dato dai valori min $u_i(b)$ per tutti i partecipanti all'economia.

Quello superiore esiste in quanto le risorse iniziali (e quindi la produzione) sono finite.

Dall'altra parte, di tale insieme ci interessano principalmente le combinazioni probabilistiche, scelte di comune accordo, di quei punti che esprimono le massime utilità di ciascuno, compatibili con le massime utilità degli altri individui, cioè la frontiera dell'insieme. I punti della frontiera comprenderanno tutti gli eventuali EEG esistenti (essendo questi, se esistono, ottimi paretiani) ed, in generale, anche alcuni EEGNW, sia nel caso in cui esistano EEG, sia, a fortiori, nel caso in cui questi non esistano. A seguito della sua costruzione la frontiera è convessa e appartiene all'insieme.

L'insieme su cui i partecipanti all'economia esercitano le loro scelte sarà, allora, non-vuoto, convesso, chiuso e limitato.

Infine, ai fini di non occuparci di un problema di scelta banale, supponiamo che sulla frontiera di tale insieme esistano almeno due punti $u_i(\omega_i, c(p,z))$, due diversi equilibri intertemporali, walrasiani o non, tali che nessuno di essi è paretianamente migliore dell'altro per i membri della collettività.

VII) Prezzi di (dis)equilibrio. La soluzione proposta

Noi possiamo ora applicare al nostro insieme dei risultati, la (relativamente) semplice soluzione di Harsanyi sviluppata lungo la strada indicata da Nash (7). Il nostro insieme di scelta infatti soddisfa tutte le proprietà necessarie a tale applicazione e le ipotesi da noi assunte (meno quella di non continuità delle preferenze (ininfluente ai fini della esistenza della soluzione (8))) sono le stesse di quelle di questi Autori.

(7) Noi ipotizziamo che nel gioco considerato, la scelta riguarda solo i punti EEG (eventuali) e EEGNW e non anche (le strategie relative al)la complessa macchina che li produce. Assumiamo dunque che gli attori e le loro coalizioni si comportino parametricamente rispetto ai prezzi ed agli schemi di razionamento. Questa ipotesi, come quella relativa alla scelta di un mercato come rete connettiva dell'economia, andrebbe individuata essa stessa come scelta esercitata da parte della collettività. Noi seguiamo egualmente questa strada, perché, pur essendo la teoria qui seguita aperta a considerazioni relative alle strategie in termini di corrispondenze di domanda e offerta in funzione delle preferenze dei singoli e delle dotazioni iniziali delle risorse, e quindi a casi in cui i prezzi non sono trattati parametricamente, ed in cui i vantaggi relativi di diverse coalizioni e delle loro strategie riguardano anche queste ulteriori variabili, un'analisi siffatta non negherebbe la validità di quanto svolto nel testo, ma semplicemente la complicherebbe.

(8) Vedi Appendice C.

Il problema della scelta del sistema dei prezzi ed eventuale schema di razionamento dell'economia, può essere dunque rappresentato come un gioco cooperativo ad n persone, superadditivo in senso stretto, per quanto ipotizzato, dove quindi il problema consiste nel prendere possesso di alcuni vantaggi traibili dalla cooperazione tra i vari attori e decidere come dividere tali vantaggi (9).

Come è noto, nel caso generale, la teoria sopra richiamata determina come soluzioni del gioco, una coalizione finale in cui la distribuzione dei vantaggi tra (sotto)coalizioni avviene in termini proporzionali ai punti di conflitto vicendevolmente ottimi raggiungibili da queste sottocoalizioni (pesati alle diverse valutazioni delle persone a proposito del rischio). I punti di conflitto ottimi sono le posizioni che le (sotto)coalizioni possono comunque raggiungere al di fuori dell'accordo con altre (sotto)coalizioni nella formazione della coalizione finale.

VIII) Prezzi di (dis)equilibrio. La soluzione dei due casi del § III.

Il modo appena visto di avvicinare il problema ci permette così di studiare una situazione di conflitto/cooperazione con opportunità diverse, in termini di "potere", per (sotto)coalizioni diverse, in base alle possibilità delle

(9) Harsanyi, Nash.

loro azioni strategiche (mosse, minacce) di costituire punti di conflitto vicendevolmente ottimi. Infatti, date le preferenze per il rischio dei diversi membri della collettività, che possiamo assumere identiche per semplicità, la scelta dei punti di conflitto vicendevolmente ottimi e quindi la scelta delle diverse (sotto)coalizioni da formare a quei fini, è il principale elemento strutturante le soluzioni del gioco (10).

Applichiamo ora queste considerazioni ai due casi illustrati al § III. In entrambi questi casi, date le caratteristiche della distribuzione iniziale delle risorse assunta nel § 1, i punti di conflitto individuale, al di fuori cioè di una qualsiasi cooperazione con gli altri membri della collettività, danno un'utilità uguale a quella che indica la situazione di non sopravvivenza (diciamo 0).

Tuttavia in una economia capitalistica la scelta dei punti di conflitto vicendevolmente ottimi (e quindi la scelta della formazione delle coalizioni aventi tali punti di conflitto ottimi) vedrà una serie di persone, quelle che fanno parte delle (sotto)coalizioni S_i minime, indicate nel § III, definire la possibile situazione peggiore da raggiungere al loro interno come quella che a loro assicura, dietro

(10) Le soluzioni del gioco, così strutturato, in quanto il gioco non ha, necessariamente, un'unica soluzione. A questa comunque si perviene considerando un nuovo problema di contrattazione semplice ad n persone con punti di conflitto dati, relativamente alle diverse soluzioni del gioco (vedi Harsanyi par. 12.7).

l'estrinsecazione della loro attività di lavoro, almeno la sopravvivenza (quindi i vari punti di conflitto sono dati, per queste persone, almeno da min $u_i(b)$, $i = 1,..,m$, $m < n$), mentre per un'altra serie di persone questi stessi punti sono dati da valori dell'utilità che indicano situazioni di non sopravvivenza, $u_i = 0$ (11).

In una economia non-capitalistica, ciò non potrà accadere in quanto la definizione di questa situazione è tale per cui ogni persona può entrare, data la distribuzione delle risorse iniziali, in una (sotto)coalizione capace di raggiungere almeno la sopravvivenza.

In entrambi i casi, data la superadditività del gioco, infine, la coalizione finale sarà formata da un accordo di cooperazione tra (alcune del)le sottocoalizioni sopra delineate. Tale coalizione finale determinerà anche i modi di regolamento dell'economia attraverso un sistema di prezzi ed eventuali schemi di razionamento connessi, in generale: una combinazione probabilistica tra EEGNW.

In conclusione, nelle due economie causate da strutture corrispondenti a quelle definite nel § III, la distribuzione dei vantaggi, dipendente dai punti di conflitto vicendevolmente ottimi, sarà diversa, essendo diverse le capacità

(11) Né costoro possono ottenere di sostituire qualcuna delle persone comprese nelle (sotto)coalizioni minime S_i. Essi infatti porterebbero alle varie coalizioni risorse che non permetterebbero a queste di raggiungere almeno la sopravvivenza, una volta avvenuta questa sostituzione. Nel caso in cui ciò potesse verificarsi, invece, come già detto, è indifferente da quali delle persone intercambiabili, purché in numero minimo, si considera formata la coalizione in questione.

delle sottocoalizioni di scegliere quei punti di conflitto vicendevolmente ottimi l'una rispetto all'altra ed il sistema dei prezzi prescelti sarà, in generale, un EEGNW.

IX) Prezzi di (dis)equilibrio. Distribuzioni liberamente accettate. Lo sfruttamento

Data una certa distribuzione delle risorse, questa si dice liberamente accettata se le soluzioni del gioco, secondo quanto visto, derivanti da essa sono, paretianamente, non inferiori per le persone formanti l'economia, rispetto alle soluzioni del gioco derivante da una (re)distribuzione delle risorse iniziali, che può anche consistere nella distruzione, senza costo, di esse (12).

(12) Potrebbe sembrare che, date le possibilità tecnologiche (§I), in seguito ad una redistribuzione di risorse tra ciascuna persona che faccia sì che ogni persona abbia funzioni di utilità continue, tutti i punti indicanti EEGNW, che sono i più qualificati a regolamentare l'economia, debbano essere sostituiti da EEG dal momento che, per tutte tali redistribuzioni delle risorse, possono sempre individuarsi EEG. Le cose, tuttavia, non stanno così, almeno in una economia capitalistica, in quanto un ragionamento del genere equivale a separare problemi di efficienza da quelli di distribuzione dei vantaggi, secondo le linee della utilità ordinale introdotta da Pareto che esclude, così, i problemi relativi al potere in termini del quale la divisione dei vantaggi da trarre da una situazione, efficiente o meno, viene svolta. Nel caso in discussione, se il raggiungimento di un EEG, superiore paretianamente all'EEGNW che, per ipotesi, rappresenta la soluzione del gioco, richiede una redistribuzione delle risorse tale da cambiare la struttura sociale sulla cui base veniva determinata la distribuzione dei vantaggi, tale redistribuzione, anche se portatrice di una posizione efficiente del sistema rispetto alla soluzione EEGNW che non lo è, non sarà accettata dai proprietari/capitalisti in tutti quei casi in cui costoro ricevono (proba-

Se esistono allora due distribuzioni diverse liberamente accettate delle risorse, tali da costituire rispettivamente relazioni capitalistiche e non-capitalistiche, per una collettività, la soluzione del paragrafo precedente applicata ai due casi, farà sì che nella situazione capitalistica i vantaggi (probabilistici) da trarre dal gioco, a causa della struttura dei punti di conflitto ottimi, saranno, ferma restando la scala di utilità prescelta, maggiori, almeno per alcune persone che fanno parte delle coalizioni minime S_i, di quelli che queste stesse persone otterrebbero, date le stesse quantità di risorse iniziali, se esse fossero state distribuite in modo tale da costituire relazioni di produzione non capitalistiche e per altre persone, quelle non facenti parte della coalizione $U_i S_i$, minori dei corrispondenti vantaggi che queste stesse persone otterrebbero dalla situazione non-capitalistica. (Si noti che questa affermazione deriva dall'assumere una forma più forte di quanto detto fin qui nel testo circa la superadditività del gioco in un sistema capitalistico. Essa si riferisce, come anche supposto in Appendice (Parte C, pag. 47), al fatto che per almeno una delle coalizioni minime S_i, l'accettazione della coali-

...(12) bilisticamente) vantaggi dal raggiungere una posizione efficiente, minori di quelli ottenibili, nella vecchia struttura sociale, dal raggiungimento di una situazione non efficiente. Né un impegno di indennizzare queste persone da parte degli altri avrà alcun effetto. Le regole del gioco, infatti, escludono dal novero delle proposte valide, quelle che non possono farsi osservare ed, in genere, non esiste in questo gioco e, probabilmente, in realtà, una autorità che può assicurare, date certe relazioni sociali e di potere, il mantenimento di impegni assunti sulla base di diverse relazioni sociali e di potere.

zione finale insieme alla coalizione $\widetilde{U_i S_i}$ comporta che $u_{i \in U_i S_i} c(U_i S_i \cup \widetilde{U_i S_i}) \geqslant u_{i \in U_i S_i} c(U_i S_i)$, cioè che vi è un guadagno di utilità positivo per almeno un proprietario di almeno una delle coalizioni minime autosufficienti. Questa ipotesi è necessaria per escludere dai nostri ragionamenti il caso di proprietari "benefattori" che si avrebbe quando l'esistenza di lavoratori salariati nella coalizione finale aumenterebbe solo l'utilità di questi ultimi e non anche di alcuni dei proprietari. In tal caso, ovviamente, non può parlarsi di sfruttamento).

Una tale differenza dei vantaggi appropriati dalle diverse persone nelle due situazioni caratterizzate da diversi rapporti sociali definisce allora una situazione di <u>sfruttamento capitalistico</u>, dovuto a <u>queste relazioni sociali</u>, delle prime categorie di persone (proprietari) rispetto alle seconde (proletari).

L'aspetto centrale di questa situazione di sfruttamento è allora costituito dalla possibilità di non-sussistenza delle coalizioni dei proletari di fronte ad una situazione, comunque di sopravvivenza, da parte delle coalizione dei proprietari. (La misura dei vantaggi e svantaggi rispettivi è, invece, del tutto secondaria, dipendendo da unità di misura modificabili).

Il fatto dunque che in un'economia esista un accordo di cooperazione da parte di una (parte della) collettività che la forma non esclude allora poteri diversi sulla cui base può parlarsi o meno di sfruttamento capitalistico, (o,

previa una definizione ragionevole di tali situazioni <u>sociali</u>, di sfruttamento tout court). Dall'altra parte, in assenza delle caratteristiche sociali appena viste (e quelle ragionevolmente da definire) relativamente alle persone di cui si tratta, le varie situazioni nella distribuzione dei vantaggi da trarre da qualsiasi accordo di cooperazione non indicano situazioni di sfruttamento sociale (13).

X) <u>Prezzi di produzione</u>

E' ben noto che l'analisi di strutture economiche definite da diverse relazioni di produzione è stata storicamente svolta in termini di prezzi di produzione e delle variabili distributive w (salario) e r (tasso di profitto), che li caratterizzano.

Ora, data per nota una serie di caratteristiche dell'analisi dei prezzi di produzione, qui limitati al caso di produzione semplice (14), si tratta di immettere alcune delle argomentazioni viste in precedenza nell'ambito della struttura teorica di questo sistema di prezzi. Naturalmente, questo nuovo ambito escluderà quelle considerazioni viste

(13) Questa definizione di sfruttamento può ricordare quella di dominanza di Roemer (1982). Deve tuttavia notarsi come lo sfruttamento è definito da relazioni sociali a proposito della proprietà dei mezzi di produzione e quindi esso non può, se non a costo di inutili confusioni, generalizzarsi ad esempi fantasiosi, o meno, che sembrano ora rivestire un notevole interesse in tale Autore.

(14) Vedi ad es. Niconi.

in precedenza che sono estranee a tale sistema teorico, come la specificazione delle funzioni di utilità dei partecipanti, la quantità delle risorse iniziali date, un periodo iniziale dell'analisi. Ugualmente, con queste diversità, l'analisi fin qui vista può essere seguita, con gli stessi risultati, anche per questo nuovo sistema teorico di prezzi.

XI) Prezzi di produzione. Il problema

Parallelamente a quanto visto in precedenza, vogliamo ora costruire un insieme di risultati in termini di prezzi di produzione, su cui si possa esercitare la scelta degli appartenenti alla nostra collettività.

Questo insieme può essere pensato come rappresentato dalla relazione w-r. Come è ben noto, in un sistema di prezzi di produzione, se la tecnica di produzione è unica, la relazione w-r, monotona decrescente e continua, esprime infatti, in termini reali, la relazione antagonistica tra percettori di profitti e di salario. Se questa relazione, inoltre, è misurata in merce tipo del sistema considerato, essa è lineare. Essa può allora rappresentare, parallelamente all'insieme dei risultati dei paragrafi precedenti, il nostro insieme di risultati non-vuoto, convesso e compatto, su cui deve esercitarsi la scelta dei membri della nostra collettività. Questa relazione non ci dà direttamente i risultati esprimenti quanto ogni singola persona può ottenere dalla

nostra economia, ma se supponiamo di conoscere quanto ogni singola persona decide di lavorare, per tutti i valori di w-r possibili, essendo noti per ogni punto della relazione w-r, i prezzi di produzione, conosciamo anche il risultato (il reddito) di ogni singola persona, per ogni punto della relazione w-r, per cui noi possiamo analizzare il gioco di contrattazione direttamente in termini di tale relazione.

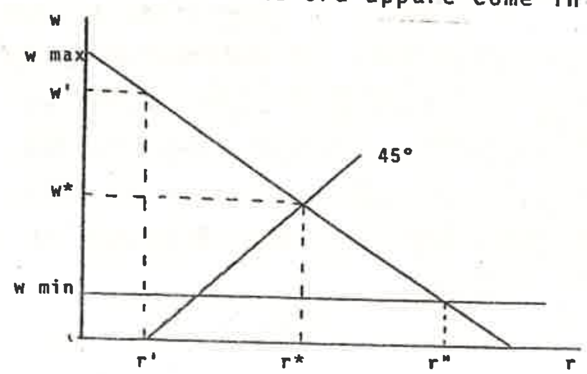
XII) I prezzi di produzione. Una sola tecnica. La soluzione proposta nei due casi visti al § III

In una struttura economica non-capitalistica, anche in presenza di un salario anticipato, in mancanza della possibilità di considerare domande ed offerte di lavoro salariato come espressione delle prefenze temporali, che qui sono assenti, nessuna sottocoalizione minima capace di sopravvivere e quindi nessuna persona lavorerebbe con mezzi di produzione non di sua proprietà. Il ricavo tratto lavorando con mezzi di propria proprietà, che potrebbe chiamarsi ricavo netto dei lavoratori indipendenti, corrisponde così, cambiato il suo nome da salario a ricavo netto per adattarlo alla diversa struttura sociale, al punto w = w max della relazione precedente (vedi figura). Questa è dunque la soluzione del gioco in questo caso.

Si tratta ora di considerare le stesse variabili nell'ambito di una struttura economica capitalistica e di confrontarle a quelle appena individuate.

Nella struttura capitalistica, le persone che fanno parte delle sottocoalizioni minime autosufficienti S_i e della loro unione sono tra di loro nella stessa situazione appena vista. Essi, se lavoreranno con i propri mezzi di produzione, possono, per unità di tempo, assicurarsi un ricavo netto uguale a w max. Ipotizziamo ora, con un assai semplice allargamento della teoria dei prezzi di produzione, che, rispetto a questa situazione, data la penosità del lavoro, un'assunzione implicita nell'analisi, costoro siano indifferenti tra questa situazione e quella che essi potrebbero raggiungere per una certa coppia w'-r', in una economia capitalistica, attraverso l'uso del lavoro salariato da parte di tutti o parte dei componenti della sottocoalizione di cardinalità $N - U_iS_i$, data la quantità di lavoro che quest'ultimi svolgerebbero per unità di tempo a quel valore del salario.

Nei termini di un semplice grafico, che rappresenta la relazione w-r in un sistema di produzione misurato nella sua merce tipo, la situazione ora appare come in figura:



Rispetto alla situazione indicata da r=0 e ricavo netto = w max o della situazione indicata come w'=r', i membri delle coalizioni S_i ottengono vantaggi per tutte le situazioni giacenti a destra del punto r'. Quest'ultimo corrisponde al punto di conflitto ottimo degli appartenenti alla (sotto) coalizione US_i capace di sopravvivere (infatti, per costoro questo punto è indifferente rispetto al punto w=w max che essi possono sempre raggiungere rifiutando di cooperare con i membri della coalizione $U_{\tilde{i}}S_i$).

Il punto di conflitto ottimo della (sotto)coalizione $U_{\tilde{i}}S_i$ è dato evidentemente dal punto w=0 e rispetto a tale punto gli appartenenti alla coalizione $U_{\tilde{i}}S_i$ ottengono vantaggi nello stesso tratto della curva prima considerato, purché il salario fissato dalla soluzione superi per almeno alcuni di essi quello minimo di sopravvivenza (15).

Il passo successivo è ora abbastanza sorprendente. Infatti, possiamo dire che, in mancanza di una teoria dell'utilità cardinale, del tutto assente dalla tematica analitica dei prezzi di produzione, i partecipanti delle sottocoalizioni si accorderanno, a proposito della formazione della coalizione finale che determinerà l'economia ed il sistema dei prezzi di produzione che la regola, nello scegliere il punto di mezzo del tratto in questione della relazione w-r, purché questo punto permetta di raggiungere la sopravvivenza per

(15) Vedi, per la fissazione di questo limite, Sraffa § 8. Una semplice illustrazione grafica è nel mio lavoro già richiamato in nota 14.

coloro che lavorano a tale salario. (Nel caso in cui ciò non si verifichi, è il punto min w-r", purché sia a destra del punto w'-r', che indica la soluzione del nostro gioco).

Infatti la scelta di ogni altro punto dovrebbe essere giustificata sulla base di confronti interpersonali di utilità, del tutto assenti dalla teoria dei prezzi di produzione. In mancanza di tali confronti, l'unica scelta razionale, basata sulla considerazione dell'eguaglianza degli uomini su cui il mercato stesso è fondato (e viceversa), in un gioco cooperativo come quello qui analizzato, è quella di dividere a metà i vantaggi ottenibili dalla cooperazione, rispetto alla situazione in cui tale cooperazione non si verifica, e potendo essere espressi nella teoria dei prezzi di produzione i rispettivi vantaggi delle coalizioni dalla relazione w-r, la soluzione appare come quella qui proposta, e sarà indicata dal punto r*-w*.

XIII) Prezzi di produzione. Una sola tecnica. Lo sfruttamento. La sua misura

Se esaminiamo ora le soluzioni del gioco e quindi i sistemi di prezzi e la distribuzione nelle due economie caratterizzate da diverse relazioni di produzione considerate, vediamo che alcuni membri delle sottocoalizioni minime S_i capaci di sopravvivere sono, in un'economia capitalistica, in una posizione migliore di quanto a loro non succeda

in una situazione non-capitalistica. Essi, infatti, ottengono in tale sistema un tasso di profitto r"> r', dove r' è quel tasso di profitto, e quindi, data la loro conoscenza dell'ammontare di lavoro che i lavoratori salariati svolgono ai diversi valori w-r, quel reddito rispetto al quale essi sono indifferenti, in corrispondenza al ricavo netto che essi riceverebbero per il loro lavoro in una situazione non-capitalistica.

I membri della sottocoalizione $U\tilde{_i}S_i$ invece, in questa situazione, si troveranno peggio: in entrambe le situazioni, capitalistica e no, essi sono liberi di fissare la quantità di lavoro svolta, ma mentre nel sistema non-capitalistico essi si appropriano di tutto il prodotto ottenuto, nel sistema capitalistico essi debbono cederne una parte ai membri delle coalizioni minime autosufficienti S_i.

In una situazione di questo tipo, allora possiamo di nuovo concludere sulla base delle definizioni viste al § II che le strutture sociali capitalistiche causano sfruttamento. Inoltre, ora il valore r" > 0 può ben indicare una misura dello sfruttamento stesso per gli operai salariati(16)

(16) L'esistenza di un tasso di profitto positivo come prova dell'esistenza dello sfruttamento capitalistico ha significato solo nell'ambito del modello basato sui prezzi di produzione. Nell'ambito dei prezzi di (dis)equilibrio, l'esistenza di una struttura di tassi di interesse positivi (o nei casi semplici del tasso di interesse positivo) indica una situazione di sfruttamento capitalistico solo se esiste una redistribuzione non-capitalistica liberamente accettata ed i rapporti di (proprietà dei mezzi di) produzione sono tali da formare un'economia capitalistica. Tutta l'analisi neoclassica, e può ben porsi qui Böhm Bawerk come leader di questa tendenza, ha messo ripetutamente in rilievo infatti l'esisten-

e la misura r"-r' quella dei vantaggi ottenuti dai capitalisti.

XIV) Prezzi di produzione. Esistenza di tecniche alternative

L'analisi precedente viene notevolmente modificata se si suppone, nell'ambito della teoria dei prezzi di produzione, che esistano diverse tecniche alternative di produzione. In questo caso, infatti, esistono diverse relazioni w-r, una per ogni tecnica, ed il loro inviluppo, spesse volte trattato in letteratura come avente proprietà uguali a quelle di una relazione w-r per una singola tecnica, perde invece l'importante caratteristica di misurare i vantaggi e gli svantaggi delle due classi in termini reali, come invece è il caso della relazione w-r per ogni singola tecnica. L'analisi richiede allora l'introduzione di nuovi strumenti: le preferenze relative a vettori di merci di diversa composizione nei casi in cui non può decidersi vettorialmente la loro preferibilità (17).

...(16)za di un sistema di tassi di interesse positivi basati sulle preferenze temporali e non sulle relazioni di produzione da noi prese in esame. All'interno del nostro modello, nei casi usuali di tecnologia e preferenze presi in considerazione nel presente articolo, un'economia capitalistica è allora sufficiente per l'esistenza di tassi di interesse positivi, ma non è necessaria.

(17) Vedi il mio lavoro già citato; se egualmente si insistesse nel pensare che l'inviluppo esterno delle curve w-r è l'unico rilevante nella situazione in discussione, le combinazioni probabilistiche tra tutti i punti w-r di tale inviluppo, avendo esclusi quelli che non permettono la sopravvivenza dei lavoratori salariati, sarebbe l'insieme di scelta a cui i ragionamenti del paragrafo precedente dovrebbero applicarsi.

Supposto ora che si consideri che l'introduzione di queste nuove preferenze, oltre a quelle già viste al paragrafo precedente, non giustifichi il ricorso ad una situazione di prezzi di (dis)equilibrio vista precedentemente, e quindi l'introduzione di un primo periodo dell'analisi ed una distribuzione data di risorse iniziali, possiamo procedere nel seguente modo nell'ambito dei prezzi di produzione.

Ipotizziamo innanzitutto che le persone appartenenti alla classe dei capitalisti e dei lavoratori salariati si comportino come rappresentati delle classi stesse e quindi, in termini di preferenze, riconoscano come loro quelle derivanti dalle scelte di tutta la classe.

Si parta ora da un dato w e si supponga di conoscere il consumo fisico dei salariati e quel w per i diversi sistemi di prezzi di produzioni vigenti a seconda delle diverse tecniche che è possibile scegliere a quel w. Si identifichi ora la tecnica scelta con quella che comporta il più alto r tra tutte quelle che danno lo stesso (massimo) livello di soddifazione ai capitalisti in termini di vettori di merci appropriabili dai capitalisti, a quel w ed ai prezzi di produzione delle diverse tecniche. Ognuno di questi punti avrà la caratteristica di essere, per ogni w, quelle preferito dai lavoratori salariati (i quali, per lo stesso w, stanno sempre meglio, in termini reali, per un r più grande) e quello preferito dai capitalisti (per costruzione).

Si faccia poi la stessa operazione per i punti così prescelti per i salariati, lasciando quindi soltanto per

w quei valori che se minori sono certamente non preferiti a valori di w maggiori.

Secondo la nostra costruzione allora se w cresce i salariati sicuramente stanno meglio.

Ripetiamo ora tale operazione per i capitalisti per i punti così rimasti, prendendo tra essi quelli che per un più alto r i capitalisti preferiscono rispetto ad un r più basso.

L'insieme dei punti così individuati può anche essere vuoto.

Tuttavia, si consideri ora che sicuramente esiste almeno un punto corrispondente ad un w max di una delle tecniche che i salariati preferiscono a tutte le altre possibili produzioni e distribuzioni implicanti $r \geq 0$. Parallelamenete, per tutti i possibili salari di sussistenza, esisterà almeno un punto, diciamo in corrispondenza del salario w^* min, che i capitalisti preferiscono a tutte le altre possibili produzioni e distribuzioni implicanti un $w \neq w$ min.

Prendiamo ora le combinazioni probabilistiche convesse scelte di comune accordo tra i partecipanti all'economia, tra i punti così rimasti (sicuramente almeno due). La relazione, probabilistica, w-r così costruita esiste, è decrescente e continua ed ha quindi caratteristiche simili al caso di sistema ad una sola tecnica (naturalmente, essa può ben essere limitata ad una sola parte del piano w,r non negativo).

Data questa relazione possiamo adesso applicare, con

alcune modifiche non sostanziali, che qui tralasciamo, gli stessi ragionamenti, ora in termini probabilistici, visti nel paragrafo precedente, raggiungendo, in termini probabilistici, le stesse conclusioni. Come ultima cosa, possiamo notare che i prezzi di produzione così trovati non costituiscono in genere un ottimo di Pareto (18).

XV) Conclusioni

Veniamo alle conclusioni. Se le relazioni di produzione sono capitalistiche, la coalizione finale formante un'economia mercantile, determinerà (in termini probabilistici) un sistema di prezzi positivi e connessi schemi di razionamento che, in generale, non rappresenta un ottimo paretiano, per il quale non vale l'eguaglianza di domanda ed offerta, e rispetto al quale esiste, nel caso di possibili (re)distribuzioni liberamente accettate che definiscono relazioni di produzione non capitalistiche, sfruttamento del lavoro salariato. Una semplice occhiata a tali conclusioni non può non far considerare che difficilmente, al di fuori di quegli aspetti relativi alle leggi di movimento del sistema capitalistico stesso (la produzione capitalistica è produzione di relazioni (di proprietà dei mezzi) di produzione capitalistiche) che non rientrano qui nella nostra analisi, si

(18) Vedi Miconi, pag. 61-62.

sarebbero potuti raggiungere risultati altrettanto marxiani come caratteristiche di una economia capitalistica, di questi.

Né questo è tutto: da quanto detto discende anche la determinazione dei prezzi e della distribuzione in una economia capitalistica non può essere ricercata nell'ambito della definizione di scienza economica di Robbins, con il suo corollario implicante prezzi zero per beni sovrabbondanti e prezzi positivi per beni scarsi, una proposizione non implicata in generale dall'esistenza di un EEGNW come soluzione del problema o, in generale, non implicata dai prezzi di produzione. La determinazione del sistema dei prezzi deve invece essere ricercata in termini di relazioni di produzione ed aspetti relativi al potere che ne discendono.

Se ora si paragonano questi risultati con l'analisi economica vista in una prospettiva storica, deve forse riconoscersi come la migliore approssimazione ad essi in termini di sistema di prezzi ed analisi della sua provenienza, è data dal sistema dei prezzi di produzione degli economisti classici qui visti nei §§ X-XIV (in particolare quella relativa all'esistenza di una sola tecnica, §§ XII-XIII).

La teoria dell'EEG, invece, sulla cui base e sui cui sviluppi, pure, è stato possibile raggiungere in un certo senso le conclusioni precedenti dei §§ VI-VII-VIII-IX, è invece assai lontana da tali risultati e vede ristretta la sua rigorosa validità, ferma restando la sua indeterminatezza a proposito della molteplicità delle sue soluzioni, ad

un particolare sistema sociale, quello con continuità delle preferenze iniziali, compreso, comunque tra quelli non-capitalistici.

Infine l'analisi dell'EEGNW presente nella moderna teoria economica come possibilità tecnica, non adeguatamente giustificata, riceve qui una motivazione della sua rilevanza. Un sistema di prezzi di EEGNW con un connesso schema di razionamento appare ora come la soluzione generale di un sistema capitalistico, nel caso dell'uso dei prezzi di (dis)equilibrio. Il sapore keynesiano o neokeynesiano di tale sistema può allora essere apprezzato come possibile realtà teorica e non solo come curiosità tecnica.

XVI) Sulle etichette

Può sorgere il problema, in verità non molto interessante, di come etichettare l'analisi qui presentata. Mentre gli strumenti qui usati, soprattutto fino al § IX, ma in parte anche successivamente per quello che riguarda il processo di contrattazione a proposito della relazione w-r, sono quelli elaborati dall"analisi neoclassica, in senso lato, i risultati raggiunti sembrano completamente marxiani. La logica di Marx, al di fuori di qualsiasi etichetta di analisi di essa (del tipo di teoria del valore-lavoro), è stringente; i suoi strumenti, appunto, ad es., la misura lavoro, migliori di quanto assai spesso si dice, datati.

Uno dei compiti degli economisti che a lui, in un modo o nell'altro, si rifanno, è allora di affinare i risultati marxiani nei termini più precisi permessi dalla moderna teoria economica. Questo non per esigenze di eleganza o sofisticatezza di linguaggio, ma perché questa è una delle strade con cui a livello teorico, di per sé mai conclusivo, ci si possa opporre ai contenuti delle teorie dominanti, spessissimo rivolti, anche contro il loro stesso significato(19) contro una teoria economica che, sfrondata degli aspetti tecnici oggi obsoleti, sembra ancora essere più che rilevante per lo studio di un sistema capitalistico (20).

(19) Vedi Harsanyi, pag. 290. Vedi anche Bliss, pag. 352.

(20) In genere la posizione degli economisti che si rifanno a Marx è opposta a questa. Invece di trattare la teoria di Marx, generalmente corretta, almeno rispetto alle conclusioni raggiunte nel presente articolo, nei termini odierni più adatti ad essa, essi trattano alcuni (pochissimi) suoi strumenti, in particolare la misurazione in lavoro contenuto delle merci che tale teoria ha usato (spesso, comunque, in termini diversi da quelli che i critici attribuiscono ad essa) mostrando come essi sono obsoleti, ed inferiscono da ciò, del tutto ingiustificatamente, che la teoria di Marx è errata. Una posizizione del tutto particolare tra gli economisti è poi quella dei "neo-ricardiani". Costoro spendono moltissime pagine per dire, cosa vera, che nulla di quello che Marx espone ha bisogno della misura lavoro-contenuto; e tuttavia essi non espongono nulla di quanto Marx dice!

APPENDICE MATEMATICA (*)

di

Pier Mario Pacini

Nella seguente Appendice matematica sono trattati in maniera formale e dimostrati alcuni risultati utilizzati nel testo. Nelle Sezioni A, B, C si esamineranno rispettivamente:

A) l'esistenza di una funzione di utilità discontinua (ordinale (Parte I), cardinale (Parte II) come rappresentazione di una relazione discontinua di preferenze;

B) l'esistenza di una soluzione per un modello di equilibrio economico generale non-walrasiano con razionamento quando in esso venga introdotta una funzione di utilità discontinua del tipo di quella esaminata nella Sezione A;

C) l'esistenza di una soluzione per un gioco cooperativo ad n persone del tipo "Harsanyi-Nash" quando la funzione di pay-off adottata sia discontinua.

A) Si intende qui dimostrare che una caratterizzazione della relazione di preferenza diversa da quella tradizional-

(*) Mentre la stesura tecnica di questa Appendice è di mia sola responsabilità, ringrazio il Prof. Bruno Miconi che ha discusso a lungo con me le ipotesi e la sostanza economica dell'argomento, offrendomi preziosi suggerimenti.

mente formulata (1) può portare all'esistenza di una funzione di utilità discontinua. Ciò sarà dimostrato sia nel caso che la funzione di utilità sia di tipo ordinale (Parte I), sia che essa sia di tipo cardinale (Parte II).

Si indichi la relazione di preferenza per ogni individuo i con $\underset{i}{\lesssim}$. Si suppone che si possa sempre individuare un paniere x_s di sussistenza per i. La relazione $\underset{i}{\lesssim}$ soddisfa a:

(A1) (Connessione); $\forall (x_1, x_2) \in X_i^2$ vale 1) e/o 2)

1) $x_1 \underset{i}{\gtrsim} x_2$

2) $x_2 \underset{i}{\gtrsim} x_1$

(A2) (Transitività); $\forall (x_1, x_2, x_3) \in X_i^3$, vale

$$x_1 \underset{i}{\lesssim} x_2 \quad e \quad x_2 \underset{i}{\lesssim} x_3 \Rightarrow x_1 \underset{i}{\lesssim} x_3$$

In base ad (A1) e (A2), $\underset{i}{\lesssim}$ è un ordinamento completo su X_i. Vale inoltre:

(A3) (Discontinuità delle preferenze a x_s); dati i due insiemi

$$A = \left\{ x \mid x \underset{i}{\lnsim} x_s \right\} \qquad B = \left\{ x \mid x_s \underset{i}{\lesssim} x \right\}$$

A è aperto e B è chiuso (2).

(1) Vedi Debreu (1959).

(2) Rimane vero che in $\overline{\text{int } A}$ e $\overline{\text{int } B}$ vale ancora l'usuale ipotesi di continuità delle preferenze.

Poiche' x_s è definito come vettore di sussistenza, si può porre che $\forall (x_1, x_2) \in A^2$, $x_1 \sim x_2$.

Evidentemente $A \subset \left\{ x \mid x \underset{i}{<} x_s \right\}$.

PARTE I

Proposizione. Data la relazione $\underset{i}{\lesssim}$, se soddisfa (A1), (A2) e (A3), allora per tali preferenze esiste una rappresentazione in termini di una funzione di utilità continua a tratti e con una discontinuità a x_s.

Dimostrazione. Si prenda su X_i la topologia $\tau = \left\{ \emptyset, A, R_n \right\}$ definita nel seguente modo:

$$R_n = \left\{ x \mid x \in X_i, \ x \underset{i}{\lesssim} x_n \right\} \tag{1}$$

ove

$$x_1 = x_s, \quad x_n \underset{i}{<} x_{n+1}, \quad \lim_{n \to \infty} x_n = \infty \tag{2}$$

ed inoltre

$$\mu(R_n / R_{n-1}) = 0 \tag{3}$$

ove μ è la misura di Lebesgue.

Allora risulta

$$\tau = \left\{ \emptyset, A, R_s, R_{s+1}, \ldots, R_{s+n}, \ldots \right\} \tag{4}$$

ove

$$R_s = A \cup \left\{ x \mid x \in X_i, x \underset{i}{\sim} x_s \right\} \tag{5}$$

Poiché τ è topologia su X_i, anche la famiglia dei complementi è una topologia su X_i; precisamente

$$\tau^C = \left\{ \emptyset^C, A^C, R_s^C, R_{s+1}, \dots \right\} \tag{6}$$

$$= \left\{ X_i, X_i/A, X_i/R_s, \dots \right\}$$

$$= \left\{ C_0, C_1, \dots, C_n, \dots \right\} \tag{7}$$

Si formi la seguente funzione a gradino su X_i con la topologia τ^C :

$$s(x) : X_i \longrightarrow \overline{R}_+ \; : \; x \longmapsto \sum_{n=0}^{\infty} \chi_{C_n}(x) \tag{8}$$

Per costruzione, $s(x)$ è una funzione di distribuzione su X_i con la topologia τ^C.
Come è noto, data τ^C, è unica la σ-algebra minima generata da τ^C, e la si indichi con $(\tau^C)^\sigma$.
Poiché $s(x)$ è funzione di distribuzione, si ha che la seguente funzione è una misura su (τ^C) :

$$\nu : (\tau^C)^\sigma \longrightarrow \overline{R}_+ \; : \; \mathscr{A} \longmapsto \Delta_{ab} s(x)^{(3)} \tag{9}$$

ove a e b sono tali che

$$a = \min_{\preceq_i} \left\{ x \in \mathscr{A} \right\} \tag{10}$$

$$b = \max_{\preceq_i} \left\{ x \in \mathscr{A} \right\} \tag{11}$$

(3) si ricordi che in generale: $\Delta_{x_0 x_1} f = \sum_{i_1=0}^{1} \dots \sum_{i_n=0}^{1} (-1)^{n-(i_1+\dots+i_n)} f(x_{i_1,1},\dots,x_{i_n,n})$

Per definizione $\tau \subset (\tau^C)^\sigma$. Allora, data una qualsiasi funzione continua $f(x)$ definita positiva su X_i, si ponga:

$$U'(x) = \int_{R_{n^*}} f(x)\, d\nu \tag{12}$$

ove

$$n^* = \min \left\{ n \mid R_n \ni x, R_n \in \tau \right\} \tag{13}$$

Mediante i seguenti 1),2),3) e 4), è facile verificare che $U'(x)$ è una funzione di utilità su X_i con le preferenze definite da (A1), (A2) e (A3), continua a tratti e discontinua a x_s.

1) $x_\alpha \prec_i x_\beta \Rightarrow U'(x_\alpha) < U'(x_\beta)$ (14)

infatti $x_\alpha \prec_i x_\beta \Rightarrow R_\alpha \subset R_\beta$ e poiché $\nu(R_\alpha)$ e $\nu(R_\beta) > 0$, dalla (12) discende la (14).

2) $x_\alpha \sim x_\beta \Rightarrow U'(x_\alpha) = U'(x_\beta)$ (15)

ciò discede immediatamente applicando il ragionamento del punto 1), considerando che $x_\alpha \sim x_\beta \Rightarrow R_\alpha = R_\beta$

3) Dal punto 2), dalla definizione di A e dalla costruzione di ν, segue che $\forall x \in A,\ U'(x) = 0$ (16)

4) $\lim_{x \to x_s^-} U'(x) = 0$, $\lim_{x \to x_s^+} U'(x) = U'(x_s) > 0$ (17)

Q.E.D.

PARTE II

Come noto, una funzione di utilità misurabile è una funzione a valori reali, lineare rispetto alle distribuzioni di probabilità associate alle coppie di panieri di consumo disponibili per l'individuo i.

Dato $(a,b) \in X_i^2$, siano p e (1-p) le probabilità che, rispettivamente, a e b hanno di presentarsi, essendo certo il fatto che uno dei due si presenta.

Si supponga che valga il seguente assioma:

(A4) $\forall (a,b,c) \in X_i^3$, gli insiemi

$$\{p \mid (pa,(1-p)b) \underset{i}{\precsim} c\} \quad e \quad \{p \mid c \underset{i}{\precsim} (pa,(1-p)b)\}$$

sono chiusi (4).

La suddetta linearità nelle distribuzioni di probabilità si sustanzia nell'affermazione che, dato c = (pa,(1-p)b), allora

$$U(c) = pU(a) + (1-p)U(b) \qquad (18)$$

Proposizione. Data la relazione $\underset{i}{\precsim}$, se soddisfa (A1), (A2), (A3) e (A4), allora per tali preferenze esiste una rappresentazione in termini di una funzione di utilità cardinale, discontinua a x_s.

Dimostrazione. Per la costruzione di tale funzione si proce-

(4) E' conseguenza immediata di (A4) che, dati $a \underset{i}{\precsim} b \underset{i}{\precsim} c$, esiste ed è unica la probabilità p per cui $b \sim (pc,(1-p)a)$.

da come in Harsanyi (1977) (5), ponendo

$$\forall x \in X_i , \quad U°(x) = p_x \qquad (19)$$

ove p_x è tale che

$$x \sim (\omega p_x,(1-p_x)\alpha) \qquad (20)$$

ove

$$\alpha \underset{i}{\precsim} y \underset{i}{\precsim} \omega , \quad \forall y \in X_i \qquad (21)$$

(se tali α , ω non esistono, si proceda come in Harsanyi (1977), Lemma 8).

$U°(x) = p_x$ è una funzione di utilità; infatti

$$a \underset{i}{\sim} b \Rightarrow p_a = p_b \qquad (22)$$

$$a \underset{i}{<} b \Rightarrow p_a < p_b$$

e viceversa.

Per le nostre assunzioni

$$\forall x \in A , \quad p_x = 0 \qquad (23)$$

$$\forall x \in B , \quad p_x > 0 \qquad (24)$$

E' immediato verificare come $U°|_A(x)$ e $U°|_B(x)$ abbiano un comportamento regolare e siano continue. Si dimostra ora come $U°(x)$ sia discontinua a x_s.

Si prenda $a \in A$ e $b \in B$,

(5) Harsanyi (1977), pagg. 33 e seguenti.

e sia $c = (pa, (1-p)b)$; dalla (18), si ha, in generale,

$$U°(c) = p_c = pU°(a)-(1-p)U°(b) = pp_a+(1-p)p_b \quad (25)$$

Ora, al variare di p in $[0,1]$ si verifica per (A3) una delle seguenti due alternative

1) $c \in A$ e $c \notin B$

2) $c \notin A$ e $c \in B$

In particolare, per valori di

$$p < 1 - \frac{p_s}{p_b} \quad (26)$$

si verifica la 1) (6).

In tal caso, per (A3) è possibile individuare un $x' \in A$, rispetto al quale, in conseguenza di (A4), esiste un p_c^* tale per cui

$$c \sim (p_c^* \alpha + (1-p_c^*)x') \quad (27)$$

e quindi

$$U°(c) = p_c = p_c^* p_\alpha + (1-p_c^*)p_{x'} \quad (28)$$

Dalla considerazione simultanea di (23) e (28), si ottiene $p_c = 0$.

Viceversa, per valori di $p \geq 1 - \frac{p_s}{p_b}$, vale la 2), e data la regolarità del comportamento di $U°|_B(x)$, ripetendo il ragionamento di prima, si ottiene $U°(c) = p_c > 0$.

(6) Infatti, poiché $U°(x)$ è funzione di utilità (order-preserving), dal fatto che $p_a = 0$ e $U°(x_s) = p_s$, e dalla (25) segue che finché vale la situazione 1), si deve verificare $(1-p)p_b < p_s$ e cioè $p < 1-\frac{p_s}{p_b}$.

Tenendo presente che p può variare in modo continuo su $[0,1]$, quanto sopra si può esprimere con

$$\lim_{p \to (1-\frac{p_s}{p_b})^-} U°(c) = 0 \quad (29)$$

$$\lim_{p \to (1-\frac{p_s}{p_b})^+} U°(c) > 0 \quad (30)$$

che dimostra la discontinuità di $U°(x)$ a x_s.

Q.E.D.

B) Si intende qui mostrare come la (prova di) esistenza dell'equilibrio economico generale non-walrasiano dimostrata in P.M. Pacini, rimanga valida quando si adotti una funzione di utilità continua a tratti e discontinua a livello di sussistenza, come quella esaminata nella sezione precedente. La dimostrazione è fatta con riferimento diretto all'articolo appena richiamato.

L'introduzione di una funzione di utilità discontinua potrebbe invalidare la dimostrazione di esistenza a proposito del requisito della chiusura dell'insieme $_{\bar{p}}\zeta_i(\bar{\bar{z}}_i)$, $\forall \bar{\bar{z}}_i$, del Lemma 4. Tale problema è affrontato nella seguente osservazione. Adotteremo, per comodità, gli stessi simboli usati nel Lemma 4, pagg. 11-12.

Osservazione. Con una funzione di utilità $U'_i(x_i)$, ovunque ben definita, continua a tratti e discontinua a livello di sussistenza (x_i^s), l'insieme $_{\bar p}\zeta_i(\bar{\bar{z}}_i)$ è chiuso $\forall\, \bar{\bar{z}}_i$.

Dimostrazione. Come è noto, l'insieme $\gamma_i(\bar{\bar{z}}_i)$ di cui alle pagg. 11-2, è compatto per costruzione $\forall\, \bar{\bar{z}}_i$. Allora, poiché $U'_i(x_i)$ è ovunque definita, si può sempre individuare un elemento massimale per $U'_i \big|_{\gamma_i(\bar{\bar{z}}_i)}$.

Per quanto visto nella sezione A, si verifica una sola delle seguenti due alternative:

1) $u^* > 0$
2) $u^* = 0$

1) $u^* > 0$: in questo caso, u^* si trova nel tratto continuo a destra di x_i^s, chiuso rispetto a x_i^s, della funzione di utilità. Data tale regolarità di comportamento, si ha che $U_i'^{-1}(u^*)$ è chiuso, da cui discende la chiusura di $_{\bar p}\zeta_i(\bar{\bar{z}}_i)$, per sua stessa definizione.

2) $u^* = 0$: in tal caso u^* si trova nel tratto continuo, a sinistra di x_i^s, della funzione di utilità.
Per le definizioni nell'Appendice, Sez. A,

$$U_i'^{-1}(0) = A \qquad (31)$$

ed A è aperto.
Tuttavia, è di immediata verifica che se

$$\forall\, z_i \in \gamma_i(\bar{\bar{z}}_i),\ U'_i(z_i + \bar{x}_i) = 0 \Rightarrow \bar{\bar{z}}_i < z_i^s \qquad (32)$$

ove $z_i^s = x_i^s - \bar{x}_i$
Ciò implica

$$\gamma_i(\bar{\bar{z}}_i) \subsetneqq A \qquad (33)$$

e $\gamma_i(\bar{\bar{z}}_i)$ è chiuso per costruzione.

Dalla definizione di $_{\bar p}\zeta_i(\bar{\bar{z}}_i)$ (vedi pagg. 11-2), dalla (31) e (33) risulta

$$_{\bar p}\zeta_i(\bar{\bar{z}}_I) = \gamma_i(\bar{\bar{z}}_i) \qquad (34)$$

e quindi è chiuso.

Q.E.D.

Dall'osservazione precedente, (vedi P.M. Pacini e la relativa dimostrazione a pag.12), discende che $_{\bar p}\zeta_i(\bar{\bar{z}}_i)$ è ancora semicontinua superiormente.
Inoltre, è facile verificare, anche attraverso la precedente dimostrazione, che vengono preservate tutte le altre proprietà rilevanti (connessione e limitatezza) ai fini dell'applicazione del teorema finale di punto fisso. Pertanto, anche con tale funzione di utilità, il modello ammette un equilibrio economico generale non-walrasiano.

C) Si intende qui dimostrare che, sotto opportune ipotesi, un gioco cooperativo ad n persone del tipo "Harsanyi-Nash" ammette una soluzione anche nel caso di funzione di utilità discontinua.

Si introducano le seguenti definizioni e la seguente simbologia:

data una collettività di n individui $i = 1,\dots,n$, sia ν una qualsiasi coalizione di k individui, $k \leqslant n$; ovviamente $\#\{\nu\} = 2^n-1$. Ancora, sia U_ν la funzione di "payoff" per la coalizione ν e si usi il simbolo $U_\nu|_\varrho$ per indicare i valori di U_ν per i componenti della coalizione $\varrho \subset \nu$ (7).

Il gioco è supposto avvenire tra le coalizioni: per cui si indichi con ν ciascun agente che entra nel gioco, $\nu = 1,\dots,2^n-1$. Ogni ν, ha a disposizione un insieme di strategie $\mathscr{U}_\nu$. Si indichi con σ_ν ciascuna di queste strategie: $\sigma_\nu \in \mathscr{U}_\nu$.

$$\sigma = \langle \sigma_\nu \rangle \quad , \quad \nu = 1,\dots,2^n-1.$$

$\bar\sigma_\nu = \langle \sigma_1,\dots,\sigma_{\nu-1},\sigma_{\nu+1},\dots,\sigma_{2^n-1} \rangle$; evidentemente $\sigma = \langle \sigma_\nu, \bar\sigma_\nu \rangle$

Dato $\bar\sigma_\nu$ (le azioni degli altri), le scelte possibili di ν vengono ristrette ad un insieme $\mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu) \subseteq \mathscr{U}_\nu$

H1) $\mathscr{U}_\nu$ è un poliedro convesso contraibile.

H2) $\mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ è un insieme compatto, convesso ed è $\neq \emptyset$.

Si definisca la seguente funzione su $\mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$

$$\varphi^\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) = \sum_{\varrho \subset \nu} \left(U_\nu|_\varrho - U_\varrho(\sigma_\varrho,\bar\sigma_\varrho)\right) \qquad (35)$$

Date le ipotesi nel testo sul comportamento degli individui e sulla distribuzione di potere, è facile verificare che

(7) Si indicherà con $\subset$ la relazione di inclusione stretta tra insiemi; ove sia ammessa anche l'eguaglianza sarà usato il simbolo $\subseteq$.

$\forall \nu$, $\mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ può essere sostituito da $\mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) \subseteq \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ e così definito:

1) $\mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) = \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ se $U_\nu(b) > U_\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu)$, $\forall \sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ (8)

2) $\mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) = \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ se $U_\nu(b) \leq U_\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu)$, $\forall \sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$

3) $\mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) = \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)$ se $U_\nu(b) \in \left\{ U_\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) \right\}_{\sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu)}$

e precisamente

$$3a)\ \mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) = \left\{ \sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu) \mid U_\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) \geq U_\nu(b) \text{ se } \forall \varrho \subset \nu : U_\varrho(\sigma_\varrho,\bar\sigma_\varrho) < U_\varrho(b) \right\};$$

detto $V = \left\{ \varrho \subset \nu \mid U_\varrho(\sigma_\varrho,\bar\sigma_\varrho) \geq U_\varrho(b) \right\}$

$$3b)\ \mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) = \left\{ \sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu) \mid U_\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) \geq U_\nu(b) \text{ se } \exists \varrho \in V : U_\nu|_\varrho > U_\varrho(\sigma_\varrho,\bar\sigma_\varrho) \right\};$$

$$3c)\ \mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu) = \left\{ \sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu(\bar\sigma_\nu) \mid U_\nu|_\varrho(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) \geq U_\nu|_\varrho(b) \ \forall \varrho \in V \text{ e } U_\nu|_{\hat\varrho}(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) < \right.$$

$$\left. < U_\nu|_{\hat\varrho}(b) \ \forall \hat\varrho \in V, \text{ se } \forall \varrho \in V : U_\nu|_\varrho(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu) \leq U_\varrho(\sigma_\varrho,\bar\sigma_\varrho) \right\}$$

Dalla struttura della funzione di utilità (9), è immediato verificare che $\varphi^\nu(\sigma_\nu,\bar\sigma_\nu)$ è continua su $\mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu)$.

A questo punto è possibile dimostrare la seguente:

Proposizione. Sulla base delle ipotesi H1) e H2) e delle ipotesi sul comportamento degli individui e della distribuzione del potere (che danno luogo agli insiemi $\mathscr{A}'_\nu(\bar\sigma_\nu)$ dei

(8) con $U_\nu(b)$ si indica il vettore di payoffs della coalizione ν quando ad ogni individuo i in ν, sia dato il vettore di sussistenza.

(9) Vedi le sezioni A e B di questa stessa Appendice.

casi 1), 2) e 3) della pagina precedente), il gioco cooperativo ad n persone di "Harsanyi-Nash" ammette una soluzione anche con una funzione di utilità discontinua.

Dimostrazione. Daremo solo una traccia della dimostrazione, rinviando, per i particolari a Debreu (1952), considerato che i ragionamenti in quell'articolo si applicano, mutatis-mutandis, al caso qui considerato.

Sia $M_{\bar{\sigma}_\nu} = \left\{ \sigma_\nu \in \mathscr{A}_\nu^{\circ}(\bar{\sigma}_\nu) \mid \varphi^\nu(\sigma_\nu, \bar{\sigma}_\nu) = \max_{\sigma_\nu} \varphi^\nu(\sigma_\nu, \bar{\sigma}_\nu) \right\}$ (36)

Da H1) a H2) si ha che $M_{\bar{\sigma}_\nu}$ è contraibile.
Si definisca la funzione

$$\varphi(\sigma) : \mathop{\mathsf{X}}_\nu \mathscr{U}_\nu \longrightarrow \mathop{\mathsf{X}}_\nu \mathscr{U}_\nu : \sigma \longmapsto \mathop{\mathsf{X}}_\nu M_{\bar{\sigma}_\nu} \tag{37}$$

Per H1), H2) e la continuità di φ^ν, tale funzione è semicontinua superiormente (10).
Per il teorema di Begle, esiste un punto fisso σ^* tale che $\sigma^* \in \mathop{\mathsf{X}}_\nu \mathscr{U}_\nu$ e $\sigma^* \in \mathop{\mathsf{X}}_\nu M_{\bar{\sigma}_\nu}$ il che implica la massimizzazione contemporanea di tutte le φ^ν come richiesto in un punto di equilibrio.

Q.E.D.

---

(10) Vedi Debreu (1952), pag. 889 e relativo remark.

BIBLIOGRAFIA

BLISS C.J.

(1975) **Capital Theory and the Distribution of Income, Amsterdam, North Holland.**

DEBREU G.

(1952) "A Social Equilibrium Existence Theorem", **Proceedings of the National Academy of Sciences**, Vol. 38, pp. 886-893.

(1959) **Theory of Value**, New York, Wiley.

HARSANYI J.C.

(1977) **Rational Behaviour and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations**, Cambridge, Cambridge University Press.

MICONI B.

(1984) **Prezzi di produzione in un modello di produzione semplice ad una o più tecniche**, Istituto di Economia di Siena.

NASH J.F.

(1950) "The Bargaining Problem", **Econometrica**, vol. 28, pp. 155-162.

(1953) "Two-Person Cooperative Games", **Econometrica**, vol. 21, pp. 129-140.

PACINI P.M.
(1984) "Un modello di equilibrio economico generale non walrasiano con produzione" dattiloscritto.

ROEMER J.E.
(1982) A General Theory of Exploitation and Class, Cambridge Mass, Harvard University Press.

SHAPLEY L.S.
(1969) "Utility Comparison and the Theory of Games", in La Decision (T. Gh. Guilbaud ed.) Paris, Editions du CNRS.

SRAFFA P.
(1960) Produzione di merci a mezzo di merci, Torino, Einaudi.

ELENCO DEI QUADERNI PUBBLICATI

N. 1. MASSIMO DI MATTEO
Alcune considerazioni sui concetti di lavoro produttivo e improduttivo.

N. 2. MARIA L. RUIZ
Mercati oligopolistici e scambi internazionali di manufatti. Alcune ipotesi e un'applicazione all'Italia.

N. 3. DOMENICO MARIO NUTI
Le contraddizioni delle economie socialiste: una interpretazione marxista.

N. 4. ALESSANDRO VERCELLI
Equilibrio e dinamica del sistema economico-semantica dei linguaggi formalizzati e modello keynesiano.

N. 5. A. RONCAGLIA-M. TONVERONACHI
Monetaristi e neokeynesiani: due scuole o una?

N. 6. NERI SALVADORI
Mutamento dei metodi di produzione e produzione congiunta.

N. 7. GIUSEPPE DELLA TORRE
La struttura del sistema finanziario italiano: considerazioni in margine ad un'indagine sull'evoluzione quantitativa nel dopoguerra (1948-1978).

N. 8. AGOSTINO D'ERCOLE
Ruolo della moneta ed impostazione antiquantitativa in Marx: una nota.

N. 9. GIULIO CIFARELLI
The Natural Rate of Unemployment with Rational Expectations Hypothesis. Some Problems of Estimation.

N. 10. SILVANO VICARELLI
Note su ammortamenti, rimpiazzi e tasso di crescita.

N. 11. SANDRO GRONCHI
A Meaningful Sufficient Condition for the Uniqueness of the Internal Rate of Return.

N. 12. FABIO PETRI
Some Implications of Money Creation in a Growing Economy.

N. 13. RUGGERO PALADINI
Da Cournot all'oligopolio: aspetti dei processi concorrenziali.

N. 14. SANDRO GRONCHI
A Generalized Internal Rate of Return Depending on the Cost of Capital.

N. 15. FABIO PETRI
The Patinkin Controversy Revisited.

N. 16. MARINELLA TERRASI BALESTRIERI
La dinamica della localizzazione industriale: Aspetti teorici e analisi empirica.

N. 17. FABIO PETRI
The Connection between Say's Law and the Theory of the Rate of Interest in Ricardo.

N. 18. GIULIO CIFARELLI
Inflation and Output in Italy: a Rational Expectations Interpretation.

N. 19. MASSIMO DI MATTEO
Monetary Conditions in a Classical Growth Cycle

N. 20. MASSIMO DI MATTEO - MARIA L. RUIZ
Effetti dell'interdipendenza tra paesi produttori di petrolio e paesi industrializzati: un'analisi macrodinamica.

N. 21. ANTONIO CRISTOFARO
La base imponibile dell'IRPEF: un'analisi empirica.

N. 22. FLAVIO CASPRINI
L'efficienza del mercato dei cambi. Analisi teorica e verifica empirica

N. 23. PIETRO PUCCINELLI
Imprese e mercato nelle economie socialiste: due approcci alternativi.